1.3.1　てんびんの性質

指導内容	学　習　活　動	備　考
てんびん	・1 g から 8 g までの重さをてんびんを使って測りたい。つかう分銅は3つまでとします。 ・例えば1 g，2 g，3 g のときはどうなりますか？ ・どの重さの分銅を用意すれば測ることができるだろうか。	

みなさんは中学1年生の方程式の導入はどのようにしていますか？ 方程式は関数と同じく3年間にわたって指導する教材である。この方程式の概念を導入するには，てんびんはうってつけである。てんびん自体は等式であるが，方程式の導入にてんびんを使っている人は多いと思う。ここでは最初からてんびんを方程式と結びつけるのではなく，その前の段階でてんびんについての理解を深めるための授業である。

さて本題に戻ろう。授業案の中にあげた3つの分銅で1 g から8 g までを測定する問題であるが，これがなかなか奥が深い。この問題を考える時，基本形と応用形2つの形を定義しよう。基本形とは一つのてんびんに x，そしてもう一つのてんびんに重りの状態である。言いかえれば $x = a$ の状態である。そして応用形とは一つのてんびんに x と重り，そしてもう一つのてんびんに重りの状態とする。これも式で表すと $x + a = b$ の状態である。このことを頭の中に入れて問題を考察すると以下のようになる。なお記号の意味は，〇…基本形で測定可能，◎…応用形で測定可能，×…測定不可，ー…考察に値しないである。考察に値しないというのは，全重りを加えてもその重さを下回ってしまう状態のことである。

結果	分銅1	分銅2	分銅3	1 g	2 g	3 g	4 g	5 g	6 g	7 g	8 g
×	1	2	3	〇	〇	〇	〇	〇	〇	ー	ー
×	1	2	4	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	ー
〇	1	2	5	〇	〇	〇	◎	〇	〇	〇	〇
〇	1	2	6	〇	〇	〇	◎	◎	〇	〇	〇
〇	1	2	7	〇	〇	〇	◎	◎	◎	〇	〇
×	1	2	8	〇	〇	〇	×	◎	◎	◎	〇
〇	1	3	4	〇	◎	〇	〇	〇	◎	〇	〇
〇	1	3	5	〇	◎	〇	〇	〇	〇	◎	〇
〇	1	3	6	〇	◎	〇	〇	◎	〇	〇	◎
〇	1	3	7	〇	◎	〇	〇	◎	◎	〇	〇
〇	1	3	8	〇	◎	〇	〇	◎	◎	◎	〇
〇	1	3	9	〇	◎	〇	〇	◎	◎	◎	◎
×	1	4	5	〇	◎	◎	〇	〇	〇	×	◎
×	1	4	6	〇	◎	◎	〇	〇	〇	〇	×
〇	1	4	7	〇	◎	◎	〇	〇	◎	〇	〇
×	1	4	8	〇	×	◎	〇	〇	×	◎	〇
〇	1	5	7	〇	◎	◎	◎	〇	〇	〇	〇
〇	1	5	8	〇	◎	◎	◎	〇	〇	◎	〇
〇	1	6	9	〇	◎	◎	◎	◎	〇	〇	◎

すべてを細かく書くと多くなってしまうのでこれ以外の可能な組み合わせは

$$(2,3,5),(2,3,6),(2,3,7),(2,3,9),(2,5,6),(2,6,7)$$
$$(2,6,9),(3,4,5),(3,4,9),(3,5,9),(4,5,7),(5,7,8)$$

の 25 通りである。確認してみてほしい。

上の表を見てどう感じるであろうか，以外とこの問題である 1 g ～8 g までを測定できる条件が多々あることを感じとってくれただろうか。この解がたくさんある柔軟性がこの授業を面白くさせる。「できっこないよう～。」と思っている重りの組合せからできてしまう驚きを感じることができるのである。

最後に，まだ発展形という形がある。これは一つのてんびんに複数の x，そしてもう一つのてんびんに重りの状態である。式で表すと $ax = b$ の状態である。これを考えに入れるとできる組合せはかなり増える。上の表でも×をつけたところでも可能になるところはある。7 g，8 g，9 g という組合せでも測定可能になる。あまり複雑すぎてもいけないが，もし生徒がそのような組合せを考えてきた時にはすばらしい考えなんだよと一言助言してあげて欲しい。

1.3.2 元気話．てんびん問題

てんびんについての問題は数多くある。以下の問題もかなり面白い教材である。

> 問 1. 8 個の金貨の中に 1 枚だけニセ金貨がある。ニセ金貨は本物より軽いことがわかっている。てんびんを何回使えばニセ金貨だということが確実にわかるだろうか？

ここで大切なのはてんびんをすぐに等式や方程式と結びつけるのではなく，前段階としての授業を 1 時間とることで等式や方程式の概念を養うことである。てんびんのイメージができれば次の等式の性質の理解はかなり早く進む。

発展問題として次のような問題もある。

> 問 2. てんびんを 3 回まで使っていいとすると，何枚までだったらニセ金貨を見つけることができるだろうか？ (ニセ金貨は本物より軽いことがわかっている。)

この 1 次方程式では至る所で生徒の驚きを感じさせることのできる問題が多い。以下の問題もその一つである。

> 問 3. ある数に 1 を加えても，10 倍しても結果は同じになる。さてこの数はいくつだろう？

この問題を最初に見た生徒は，「そんな数あるわけないよ！」と答えることであろう。教師の一工夫でかなりおもしろい教材に変化するのである。

さて最後に発展問題の答を書いておこう，問 1 の答は 2 回で，問 2 の答は 27 枚である。そして最後の問 3 の答は $\frac{1}{9}$ である。