2.4.1　図形の敷きつめ

指導内容	学　習　活　動	備　考
敷きつめ	・この馬はペガサスという馬です。このペガサスはある特徴を持っているのだけども…気がついた人はいますか？(図 1) ・ここにもう一頭のペガサスがいます。これを前のペガサスにくっつけると…(図 2) ・三頭目のペガサスです。さぁもうわかりましたね。(図 3) ・今日は同じ図形で敷きつめすることができるかどうかを調べていきます。	・ペガサスを複数枚用意する。 ・エッシャーの紹介

図 1

図 2

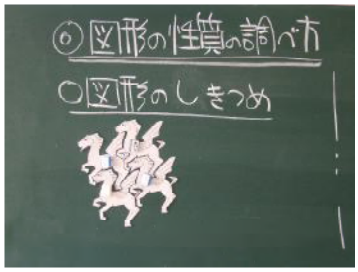


図 3

この後，自分が使用している学校図書の教科書には，現在付録ページに切り抜いて使用できる合同な三角形，四角形，正五角形があるので，各自敷きつめできるかどうか調べながらノートにまとめていく。

はさみを使って切り抜きながら敷きつめていく。最後はのりで自分のノートに貼り付けるのである。これだけでも 1 時間かかってしまう生徒が多いのであるが，発展教材として次頁にある等辺五角形がある。1 時間だとややあわただしい授業になってしまうが，2 時間かければひとつひとつの図形に対して落ち着いて取り組むことができる。

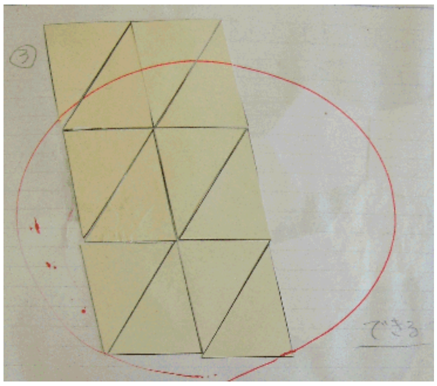


図 4．三角形の敷きつめ

生徒のノートから授業の流れを説明する。三角形 (図 4)，正五角形，正六角形 (図 5) においてどうなるのかを，部品となる図形を切り取り考えていく問題である。この 3 つを通して敷きつめができる図形 (三角形，正六角形) と，できない図形 (正五角形) があることを知るのである。

このままでは五角形がすべてできないと考えてしまう生徒がいると思い，敷きつめできる等辺五角形の問題に取り組ませた。

そこででてきたのが図 7 の敷きつめである。この生徒はできないと思ってノートに貼り付けて合格の〇を私の所までもらいに来たのであるが，近くにいた友人の等辺五角形で敷きつめできたノート (図 6) をみて驚いた顔をして，もう一度敷きつめに挑戦した。

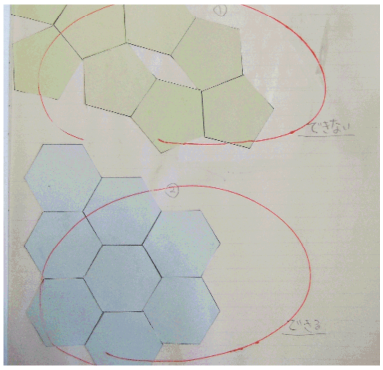


図 5．正五角形，正六角形の敷きつめ

このように正何角形というのはたくさんの特徴があるのに，この場合には正五角形が敷きつめできなくて，それをつぶしてできる等辺五角形が敷きつめできるという驚きを持っている課題である。

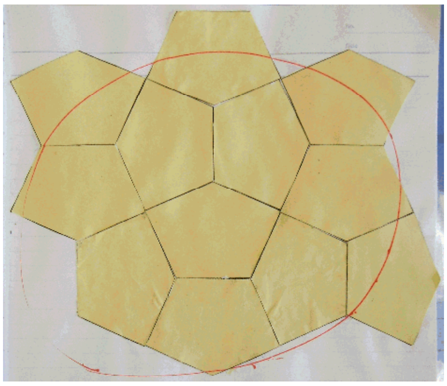


図 6．成功した等辺五角形の敷きつめ

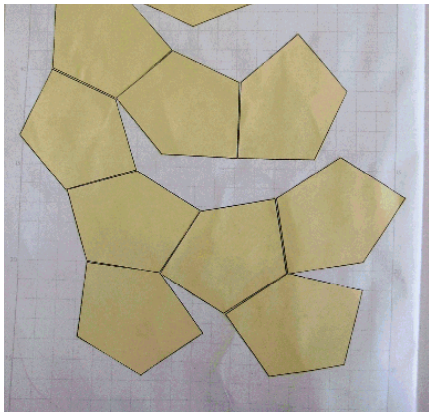
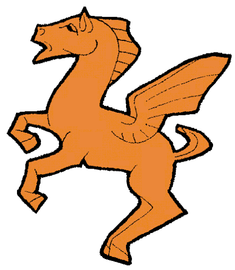


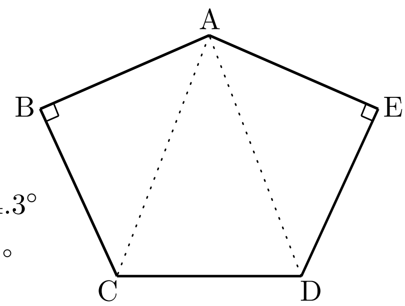
図 7．失敗した等辺五角形の敷きつめ

この敷きつめの授業の導入には右図のエッシャーのペガサス図が最適である。5 枚ほど切り抜いておき，生徒にそのうちの 1 枚を見せて「この馬は不思議な馬なんです。その不思議さに気がつきますか？」と問いかけるのである。最初は気がつかなくても，黒板に 2 枚目を組み合わせて貼り，3 枚目…，4 枚目となると驚きの声を上げるだろう。そうして興味関心を引きつけた後，本時の授業課題に入っていくのである。



2.4.2　等辺五角形の説明

等辺五角形は，$AB = BC = CD = DE = EA$ と $\angle B = \angle E = 90^\circ$ が成り立っている五角形である。($\triangle ABC$ と $\triangle DEA$ は 2 辺とその間の角で決定して，真ん中の $\triangle ACD$ は 3 辺で決定する。ようするに上の条件は五角形が決定する必要十分条件を持ち合わせている。) $\triangle ABC$ と $\triangle DEA$ は直角二等辺三角形となって，真ん中の $\triangle ACD$ は等辺五角形の 1 辺 (CD) の長さを 1 とすると $1 : \sqrt{2} : \sqrt{2}$ となる二等辺三角形となる。



角度は三角比から求めることができ，

$$\angle ACD = \cos^{-1}\frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{2}} = \cos^{-1}\frac{1}{2\sqrt{2}} \fallingdotseq 69.295\cdots$$

よって

$$\angle C = \angle BCA + \angle ACD \fallingdotseq 45^\circ + 69.295\cdots = 114.295\cdots \fallingdotseq 114.3^\circ$$

となる。もちろん $\angle C = \angle D$ となっているのは言うまでもない。