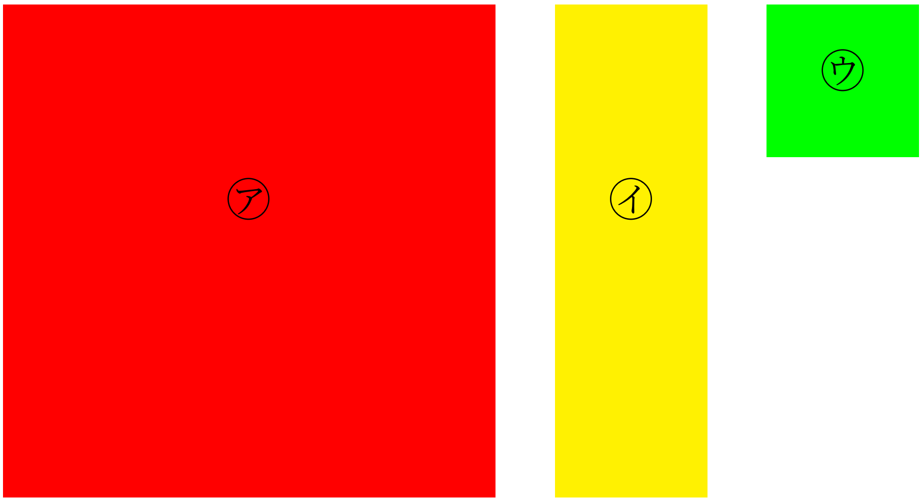
3.1.6　長方形パズル活用法

学校図書の教科書には因数分解の導入で長方形パズルが載っている。(2010 年現在) 他の教科書で使用している人のために概要を書いておこう。

教科書の巻末に㋐ 1 辺の長さ x の正方形 (実際の長さ 6.3 ㎝)1 枚と㋑縦 x，横 1 の長方形 (実際の長さ縦 6.3 ㎝，横 1.8 ㎝) が 8 枚，そして㋒ 1 辺の長さ 1 の正方形 (実際の長さ 1.8 ㎝) が 16 枚部品として載っている。これらの部品を利用して長方形を作成していく問題である。



教科書には最初㋐と㋑ 3 枚を使用して長方形に挑戦する。

次に㋐と㋑ 3 枚，㋒ 2 枚を使用して長方形に挑戦する。

教科書の指導資料にもこれ以外の例は載っていないが，せっかく部品がたくさんあるのでこのまま終わったのではなんかもったいない。そこで

問．㋐と㋑ 6 枚，㋒は何枚使ってもいいから長方形をつくってみよう。

という発問を考えた。

この問題を式を使って考えると，x^2+6x+a の $a\,(0 \leqq a \leqq 16)$ をいくつにすれば因数分解できるのだろうか。という問題になる。(因数分解は整数の範囲で考えます。)

解答は

$$\begin{array}{ll} \text{㋒ 0 枚} & x^2+6x = x(x+6) \\ \text{㋒ 5 枚} & x^2+6x+5 = (x+1)(x+5) \\ \text{㋒ 8 枚} & x^2+6x+8 = (x+2)(x+4) \\ \text{㋒ 9 枚} & x^2+6x+9 = (x+3)^2 \end{array}$$

の 4 種類の場合となる。

当然，生徒はまだ因数分解というものを知らないので (塾で知っていてもなかなか応用が利かない。)，四苦八苦しながら長方形を見つけ出そうとする。生徒は「正方形になったからだめだ。」とか「そんな長方形もあるのか〜。」等の反応が見られた。なかなか楽しい時間だった。

ここで㋐，㋑ 8 枚，㋒ 16 枚あるときどのような長方形になるのか検証してみよう。

1. ㋑の枚数を指定した場合 ($0 \leqq$ ㋒ $\leqq 16$)

㋑の枚数	㋒の枚数	式

1 枚	0 枚	$x^2+x=x(x+1)$
2 枚	0 枚	$x^2+2x=x(x+2)$
	1 枚	$x^2+2x+1=(x+1)^2$
	3 枚	$x^2+2x+3=(x+1)(x+2)$
3 枚	0 枚	$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$
4 枚	0 枚	$x^2+4x=x(x+4)$
	3 枚	$x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$
	4 枚	$x^2+4x+4=(x+2)^2$
5 枚	0 枚	$x^2+5x=x(x+5)$
	4 枚	$x^2+5x+4=(x+1)(x+4)$
	6 枚	$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$
6 枚	0 枚	$x^2+6x=x(x+6)$
	5 枚	$x^2+6x+5=(x+1)(x+5)$
	8 枚	$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$
	9 枚	$x^2+6x+9=(x+3)^2$
7 枚	0 枚	$x^2+7x=x(x+7)$
	6 枚	$x^2+7x+6=(x+1)(x+6)$
	10 枚	$x^2+7x+10=(x+2)(x+5)$
	12 枚	$x^2+7x+12=(x+3)(x+4)$
8 枚	0 枚	$x^2+8x=x(x+8)$
	7 枚	$x^2+8x+7=(x+1)(x+7)$
	12 枚	$x^2+8x+12=(x+2)(x+6)$
	15 枚	$x^2+8x+15=(x+3)(x+5)$
	16 枚	$x^2+8x+16=(x+4)^2$

2. ㋒の枚数を指定した場合 ($0 \leqq$ ㋑ $\leqq 8$)

㋒の枚数	㋑の枚数	式
1 枚	2 枚	$x^2+2x+1=(x+1)^2$
2 枚	3 枚	$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$
3 枚	4 枚	$x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$
4 枚	4 枚	$x^2+4x+4=(x+2)^2$
	5 枚	$x^2+4x+5=(x+1)(x+4)$
5 枚	6 枚	$x^2+6x+5=(x+1)(x+5)$
6 枚	5 枚	$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$
	7 枚	$x^2+7x+6=(x+1)(x+6)$
7 枚	8 枚	$x^2+8x+7=(x+1)(x+7)$
8 枚	6 枚	$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$
9 枚	6 枚	$x^2+6x+9=(x+3)^2$
10 枚	7 枚	$x^2+7x+10=(x+2)(x+5)$
11 枚		
12 枚	7 枚	$x^2+7x+12=(x+3)(x+4)$
	8 枚	$x^2+8x+12=(x+2)(x+6)$

13 枚		
14 枚		
15 枚	8 枚	$x^2+8x+15=(x+3)(x+5)$
16 枚	8 枚	$x^2+8x+16=(x+4)^2$

$x^2+8x+16=(x+4)^2$ は部品をすべて使用したときできる長方形 (正方形) である。

解答の種類の多さは㋑を指定して，㋒の数を考えさせた方がおもしろいと感じる。ただ授業の最後の最後,

問．㋐と㋒ 6 枚，㋑は何枚使ってもいいから長方形をつくってみよう。

の発問は今度の三年生の授業のときに試してみたいと感じている。

なお画像の授業風景を見ればわかると思うが，ひとつだけ残念に思うことがあった。それは黒板用の教具を１種類しか作らなかったため，次の問題に移ったときせっかく作った問題解答図の長方形が次の問題のためになくなってしまった。黒板用の教具の大きさをもう少し小さく作って，もっとたくさんの長方形が黒板上にできあがれば視覚的にもパーフェクトな授業だったと思います。