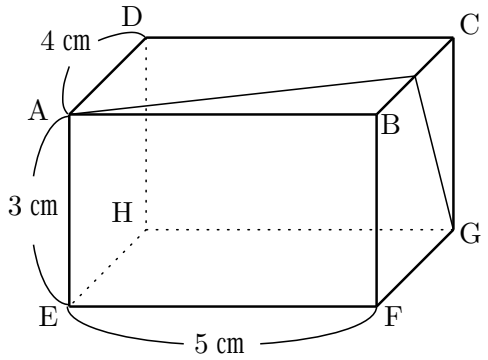
3.7.7　直方体の対角線

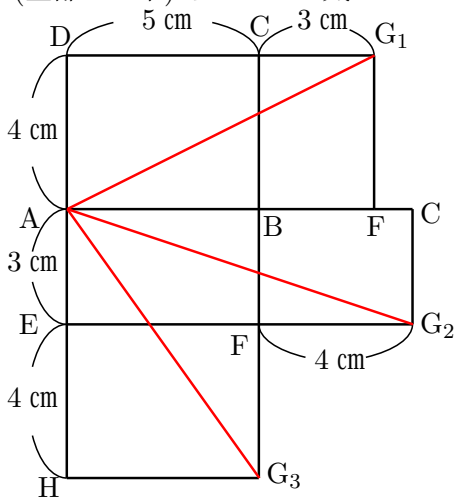
三平方の定理の指導の一つに直方体の対角線がある。今回はその授業である。

下の直方体において点 A から G まで行くときの最も短い長さはいくつだろうか？



数学がかなりできる生徒でも，展開図で考えることを知らない生徒の中には AC + CG が最短だと思って取り組む生徒がいる。

展開図を使用して解くことに気がつくと，立体の表面を通り，異なる最短の候補の線分は 3 本 (全部で 6 本) あることに気づかせたい。



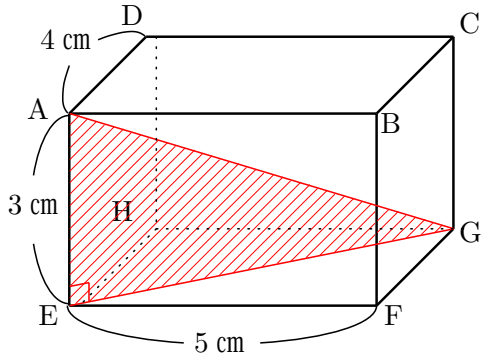
$(AG_1)^2 = 4^2 + 8^2$ より $AG_1 = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$(AG_2)^2 = 3^2 + 9^2$ より $AG_2 = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

$(AG_3)^2 = 5^2 + 7^2$ より $AG_3 = \sqrt{74}$

よって最も短い長さは AG_3 の $\sqrt{74}$ となる。

表面上で考えたら，さぁ直方体の対角線の登場である。「もっと短くならないだろうか？」なんて言葉で気がつかないようだったら，見取り図の中に書き込んでしまってもいいでしょう。



求める長さは直方体の対角線公式を使うと

$AG = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

となります。

ここでの指導のポイントは，最初から直方体の対角線を指導しないことです。回り道のようでも，表面を意識した課題を出すことで，生徒の意識を展開図に持っていって，組み合わせによっていろいろな長さの AG があることを知り，でもさらに短い対角線があることに気づかせることです。