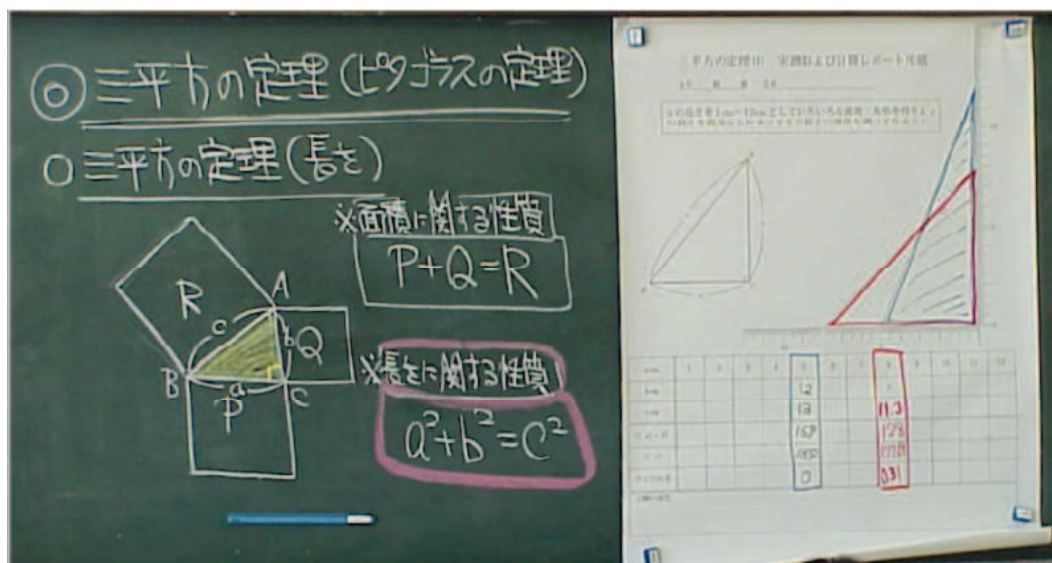


3.7.5 三平方の定理 III ～直角三角形の三辺の関係を探る～



正方形埋め込みパズルの後、ようやく三平方の定理を長さの関係に発展させる。いままで $P + Q = R$ だった式が $a^2 + b^2 = c^2$ となるわけである。

次頁のワークシートを使って行うわけであるが、使い方を説明しよう。

まず事前に書いてある底辺と高さが8cmの直角二等辺三角形に注目させる。この三角形が表のどこにあたるかを気づかせた後、斜辺の長さを実測させる。このときの理論値は $8\sqrt{2} = 11.3137\dots$ である。実測させた後 $a^2 + b^2$ と c^2 を計算させ、最後に誤差に当たる $|a^2 + b^2 - c^2|$ を計算する。

次に、「もう一つの書いてある直角三角形は表のどこの部分にあたる三角形ですか？」と発問することによって、 $a = 5\text{cm}$ のときの三角形であることを確認してから、縦項目を完成させるように指示するのである。このときの実測値は $\sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ となる。そうこの2数はピタゴラス数である。もちろん実測であるからピッタリ13cmになる生徒もいれば、13.1cmになる生徒もいる。それはそれでかまわないことを注意してから各自の実測にはいるのである。このとき一つ注意しなければならないことに、なるべく同じ形の直角三角形(相似形)にならない方が、いろいろな形の直角三角形を調べていることになることを指示してほしい。

理科の実験にも似たこの作業には電卓と20cm以上のものさしが必要である。自分で実測した値で理論値を計算することにより、直角三角形の長さの関係がより印象づけられるのである。この授業は実験として位置づければ良いと思う。数学の授業では実験の時間はなかなか行う機会はないと思うが、やり方をきちんと説明し、最終的にはレポート提出という感覚で最低作業時間は20分は確保して、できた生徒のワークシートを点検する。

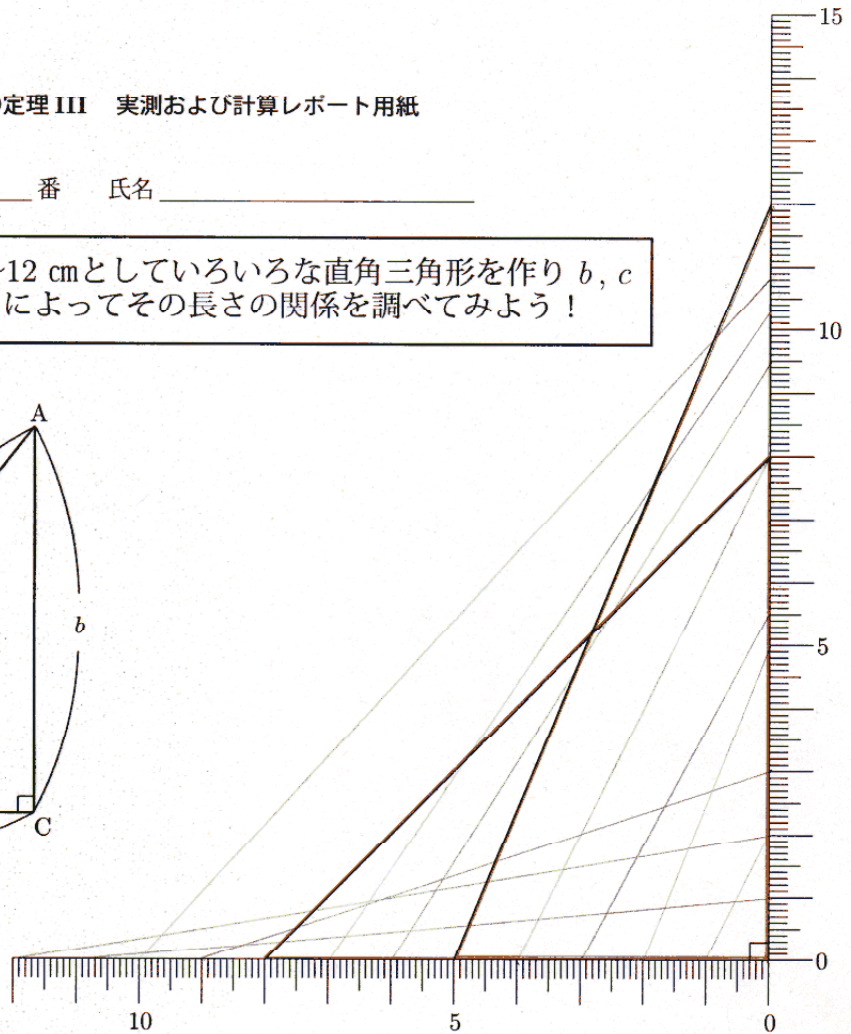
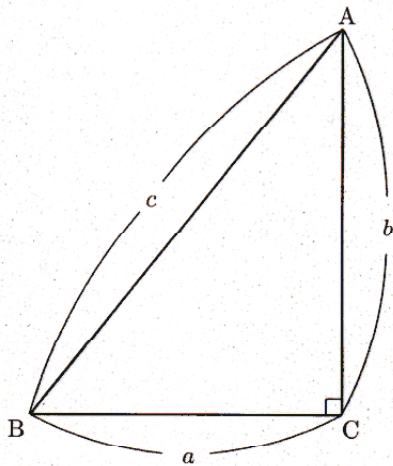


あまりにも誤差が大きい生徒のレポートを見つけた場合には「もう一度測定し直してごらん。」と声をかければ良いと思う。ワークシートの横には電卓があり、一つのデータを調べた後、電卓で誤差を確認する生徒の様子を見てみると、応用数学の授業の雰囲気は漂っていると感じるであろう。

3.6.4.1 三平方の定理 III 実測および計算レポート用紙

3年 ___ 組 ___ 番 氏名 _____

a の長さを 1 cm ~ 12 cm としていろいろな直角三角形を作り b, c の長さを測ることによってその長さの関係を調べてみよう!



a cm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
b cm	2	5	5.5	8	12	9.5	10.3	8	3	10.8	1	2
c cm	2.2	5.4	6.3	8.9	13	11.3	12.5	11.3	9.5	14.7	11	12.2
㊦ $a^2 + b^2$	5	29	39.25	80	169	126.25	155.09	128	90	216.64	122	148
㊧ c^2	4.84	29.16	39.69	79.21	169	127.69	156.25	127.69	90.25	216.09	121	148.84
㊦と㊧の差	0.16	0.16	0.44	0.79	0	1.44	1.16	0.31	0.25	0.55	1	0.84

実験の感想

a, b の長さを変えて c の長さや ㊦と㊧の差も変わってくる。 0 のときは 1.44 ほどの誤差があった。
 a と b の長さの差が大きいほど、ほとんどの場合 ㊦と㊧の差も大きくなる。

自分が使っているこのレポートには $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ というソフトを使っているが、このソフトで作成したワークシートは非常に正確である。しかし印刷されたものをコピーしたり、印刷機で必要枚数分だけ作ると誤差が生じてしまう。ここでの実測はかなり正確性を要求されるので、これは大きなマイナスである。自分がこの授業を行う時には、必要枚数分だけプリンターのみを使用して必要枚数分印刷する。こうすれば印刷時における誤差を最低限に抑えることができるので、本時の指導が可能となる。