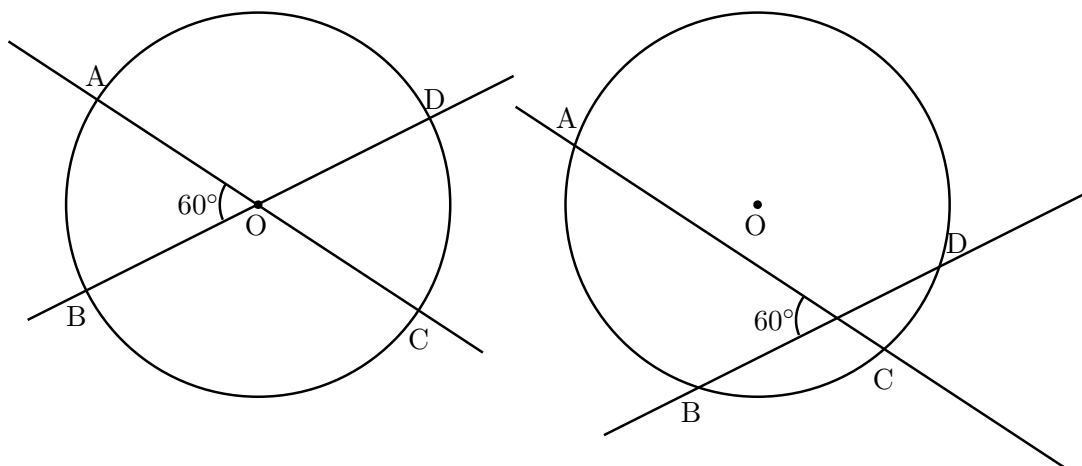


### 3.5.2 と× (円と交わる2直線)

皆さんは「弧と円周角」の指導はどのようにおこなっているのだろう？  
ここで紹介する教材はいたってシンプルなものである。

問. 半径が3 cmの円において  $\widehat{AB} + \widehat{CD}$  の長さを求めてみよう。

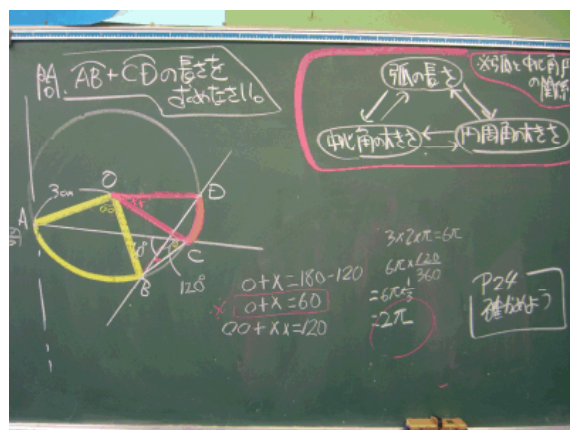
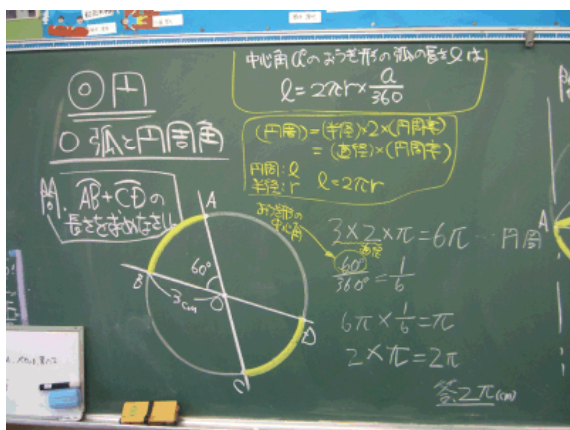


弧の長さを求める問題は久しぶりなので左図でウォーミングアップさせてから右図で考えさせたい。この辺りのスタートは各先生方で生徒の実態から判断してほしい。さらなる変形図として片方の直線が円Oの接線になる場合がある。

右図も左図も  $\widehat{AB} + \widehat{CD}$  の長さは同じになる。簡単に示そう。

$$\begin{aligned} \angle AOB &= 2\angle ACB && \text{(円周角と中心角の性質)} \\ \angle COD &= 2\angle CBD && \\ \angle ACB + \angle CBD &= 60^\circ && \text{(三角形の外角の性質)} \\ \angle AOB + \angle COD &= 120^\circ && \end{aligned}$$

解答図は示さなかったが板書例を参考にしてください。なお左側の板書においては三角形の外角の性質を使わないで求めたものである。



なお今回は導入には力を入れなかったが、 $60^\circ$  で交わる2直線をつくっておき(これが<sup>ばつ</sup>×), 円(これが<sup>まる</sup>○)を板書しながら貼り付けて, 解決したらまた動かすか貼り付けるといった工夫をするといいと思います。発問も「今日は<sup>まる</sup>と<sup>ばつ</sup>の関係を探ろう!」とかにすると生徒の興味が一層湧くかもしれません。

この教材はさらなる発展が可能である。2直線の交点が円外にある場合である。(右図参照) この時、2直線にはさまれている  $\widehat{AB}$  と  $\widehat{CD}$  の関係はどうなっているのだろう？ 実は  $\widehat{CD} - \widehat{AB}$  が前ページであげた  $\widehat{AB} + \widehat{CD}$  と等しくなる関係があるのである。

授業の残り時間を考えながらの発問になるが、 $\widehat{CD} - \widehat{AB}$  が  $2\pi$  (円周の  $\frac{1}{3}$ ) になることを示してみよう。の発問でもいいと思います。

簡単に証明してみよう。

点Bを通り直線ADと平行な直線を引き、円Oとの交点をEとする。

$$\widehat{AB} = \widehat{DE} \text{ (平行線と弧の性質)}$$

$\angle APB = 60^\circ$  と平行線の同位角の性質より

$$\angle APB = \angle EBC = 60^\circ$$

よって

$$\angle EOC = 120^\circ \text{ (円周角と中心角の性質)}$$

よって

$$\widehat{DC} - \widehat{DE} = \widehat{DC} - \widehat{AB} = \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{3}$$

