

3.1.4 元気話・不足数・完全数・過剰数

約数には自分自身をのぞく約数を加えると自分自身より少ない数になってしまう数(不足数)と、自分自身を超えてしまう数(過剰数)、そして自分自身になってしまう数(完全数)があります。例えば10の約数は1, 2, 5, 10となり $1+2+5=8 < 10$, しかし12の約数は1, 2, 3, 4, 6, 12となり $1+2+3+4+6=16 > 12$ となります。そして6の約数は1, 2, 3, 6となり $1+2+3=6$ 。この6のことを完全数と数学の世界では読んでいます。神様が6日間で作ったこの世界は完璧でも、そこに住んでいる人間は5体(頭, 首, 胸, 手, 足)と5感(視覚, 聴覚, 嗅覚, 味覚, 触覚)しかありません。後何かひとつ持っていれば人間は完璧なのかもしれません…。この6と同じ性質を持った2番目の数は28です。確かめてみましょう。28の約数は1, 2, 4, 7, 14, 28。足し算してみますね。 $1+2+4+7+14=28$ 。そういえば月の満ち欠けの期間が28日ですね。神様も数には興味があるんですね。

偶数の完全数は $2^n - 1$ が素数になるとき $(2^n - 1)2^{n-1}$ で求められます。奇数の完全数は現在見つかっていません。ないという証明もなされていません。挑戦者募集中の状態だそうです。授業中の話題の一つとして提供しました。

3.1.5 元気話・数学ジュニアオリンピックの試験問題

下のような問題を数学ジュニアオリンピックの試験問題から見つけた。

問. 1 以上 2003 以下の整数であって、正の約数を偶数個もつものの個数を求めなさい。

数学教師のみなさん、私の解説を読む前に挑戦してみてください。

この問題を解くためには平方数の性質に気がつくことが最も近道だと思う。平方数の特徴で代表的な物が平方根が整数になることがあげられる。これは中学で使う最も大事な性質であるが、もう一つ平方数の特徴として約数の個数は必ず奇数個になるという性質がある。少し考えればその理由も明らかであることはわかると思う。約数の個数が奇数個になる数が平方数、それだけで数の中では特別な数ということがわかる。どこかで生徒に知らせたいなぁと思うこの頃である。(上の問の答は 1959 である。)