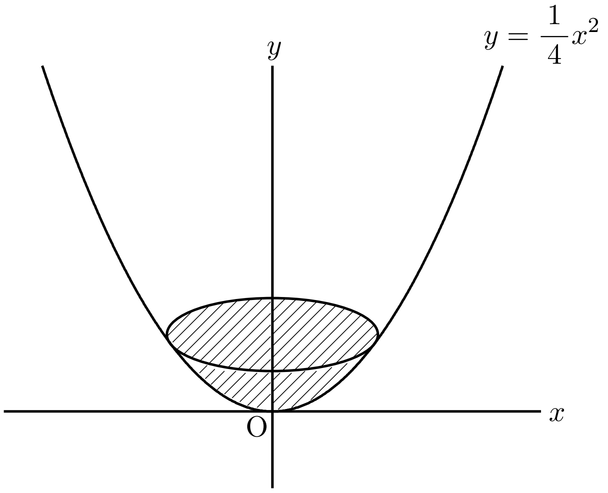
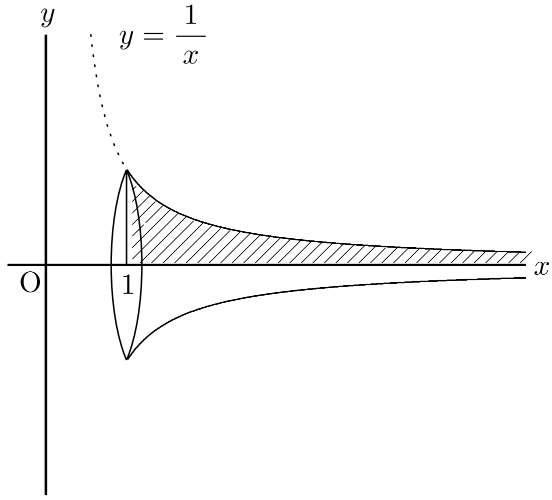
3.4.8　元気話．パラボラアンテナと反比例

まったく関係のないタイトルをつけてしまった。というのは中学生には難しいかなぁ〜と感じていた事柄の糸口が見つかったからです。『2 乗に比例する関数』の指導で，ほとんどの教科書でパラボラアンテナのことが話題として載っている。関数のグラフを回転させて立体図形を作るというのは，いままでにない発想である。放物線においては焦点があるためだが、グラフを回転させるという発想をとりあげて，反比例のグラフの不思議さに気づかせるのもいいと思った。





これを読んでいる方は反比例のグラフを x 軸のまわりに回転させてできる立体図形の不思議さを知っていますか？(右上図参照，ラッパみたいな形です。)

反比例 $y=\dfrac{a}{x}$ において x の変域を 1 から ∞ としてできるグラフを x 軸で回した立体を作ると，その立体の体積は求めることができる。しかしその立体を作っている元の図形の面積 (斜線部分) を求めようとすると ∞ となってしまうのである。検証してみよう。高校時代に習った積分をつかって…。(忘れてしまったかなぁ〜)

まず体積はどうなるだろうか。

$$V=\int_1^{\infty}\pi y^2dx=\pi\int_1^{\infty}\frac{1}{x^2}dx=\pi\Big[-\frac{1}{x}\Big]_1^{\infty}=\pi\Big(-\frac{1}{\infty}+1\Big)=\pi$$

次に斜線部分の面積を求めてみよう。

$$S=\int_1^{\infty}\frac{1}{x}dx=\Big[\log x\Big]_1^{\infty}=\log\infty-\log 1=\infty-0=\infty$$

どうだろうか。思い出していただけましたか？

指導するのは中学生なので，結果だけ紹介すればいいと思うけど，こんな近くに不思議な性質を持つものがあるんだということをパラボラアンテナから発展させて知らせてもいいと思うのだが…。