6.7　元気話．年初頭

1 2009 年

自分は毎年，その年の数を考えます。今年は 2009 年ですね。2009 はある数で割れるのに気がつきますか？

実は 7 で割ることができます。でもねここでまたおもしろいことが…割ってでてきた商がまた 7 で割れるのです。ようするに 2009 は $7^2 = 49$ で割れるのです。これはすごいことですよ！今年 2009 年は約 50 年に 1 回の年なのです。

これを読んでいる皆さん，読むだけでなく，一度 $2009 \div 7$ の計算をやってみて下さい。もちろん筆算で…そしてでてきた商の数をもう一度 7 で割ってみて下さい。少し感動すると思うけどなぁ〜。だってね，7 で割ると割り切れなくて少数がだらだらとつながることが多いから…。電卓なんかでは味わえない感動がありますよ。

2 2013 年

年の初頭の文は 2 回目ですね。前回は 2009 年でした。その間何も考えないわけではなかったですよ。それなりにおもしろい数だと思っていました。例えば 2010 年は $2010 = 2 \times 3 \times 5 \times 67$ おもしろいように $2, 3, 5, 6, 7$ という数が並びました。でも 4 がありません。だから 2010 年は 4 がない ($\overset{死}{4}$がない) 年なんだなと考えました。(大きな災害がないんじゃないかと思いました，ジョークとして読んでくださいね。でも結果として 2011 年に東日本大震災が起こったことを考えるとあたってしまいました。)

さぁ，今年 2013 年はどうなんだろうと考えました。$2013 = 3 \times 11 \times 67$ となって，「素因数分解の問題にしたらちょっと難しいかな？」なんて思っていたら，$2 + 0 + 1 + 3 = 6$ から 13 という数の不思議さに気がつきました。

① 6 番目の素数 $(2, 3, 5, 7, 11, \mathbf{13}, 17, 19, \cdots)$

② 6 番目のフィボナッチ数 $(1, 2, 3, 5, 8, \mathbf{13}, 21, 34, \cdots)$

③ その数をひっくり返しても素数となる数素という最初の数 (31 が素数)

6 の話は前にしましたが，完全数 (自分以外の約数の和が自分自身になる。$1 + 2 + 3 = 6$) という特別な数です。ということは 13 という数は完全な素数，そして完全なフィボナッチ数ということになります。フィボナッチ数列というと $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 \cdots$ ですがフィボナッチ数と考えれば 13 が 6 番目になります。

人類が見つけた素数 (素数の中でも特別な素数) と自然界に存在するフィボナッチ数の共通の数が 13 ということです。

いい年になるといいですが…。

で，余談として以下のような小話問題を作ってみました。

6.7.1　元気話．11 の倍数は逆に並べても 11 の倍数

> 問. 2013 は 11×183 より 11 の倍数です。この 2013 を逆に並べた 3102 も 11×282 となって 11 の倍数になります。どうして 11 の倍数は逆に並べても 11 の倍数となるのか答えなさい。

4 桁の数で考えて見ます。それぞれの桁を a, b, c, d とすると, 4 桁の数は $1000a+100b+10c+d$ と表される。この数が 11 の倍数となることから

$$
\begin{aligned}
1000a+100b+10c+d &= (1001a+99b+11c)-a+b-c+d \\
&= 11(91a+9b+c)+(b+d)-(a+c)
\end{aligned}
$$

となる。よってこの数が 11 の倍数となるためには $(b+d)-(a+c)$ が 11 の倍数という条件が必要である。

ここで逆に並べた数はどうなるのかを考えてみます。

$$
\begin{aligned}
1000d+100c+10b+a &= (1001d+99c+11b)-d+c-b+a \\
&= 11(91d+9c+b)-(b+d)+(a+c)
\end{aligned}
$$

ここで $11(91d+9c+b)$ は 11 の倍数，$-(b+d)+(a+c)$ は最初の条件である 11 の倍数 $(b+d)-(a+c)$ に $\times(-1)$ した数なので 11 の倍数となる。よって 11 の倍数を逆に並べても 11 の倍数といえる。

4 桁の数を例にとって説明しましたが，どの桁の数にもこの説明はあてはまります。

3 2021 年

2021 年を記念して以下のような問題を作ってみました。

問．以下の問いに答えなさい。
(1) 2025 は n^2 で表せる平方数である。n の値を求めなさい。
(2) 2021 を因数分解しなさい。

解答は書かなくていいですよね。問題の題意を理解してくれましたか？