3.7.8 ピタゴラス数を見る！

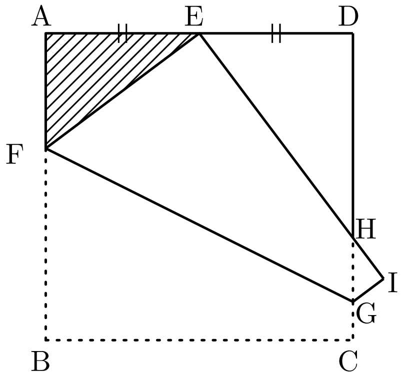
折り紙を使った教材を紹介しましょう。

1. 3 : 4 : 5 の直角三角形

(1) 点 A と点 D を重ねてその中点 E を求めます。

(2) 点 B と点 E を重ねます。

こうして作った △FAE は 3 : 4 : 5 の直角三角形になっています。このことは「芳賀（はが）の定理」と呼ばれているそうです。



証明してみよう。
正方形の一辺の長さを AB = 8 とすると

$AE = 4$, $EF = 8 - AF$

よって $AF = x$ とするとピタゴラスの定理より

$$x^2 + 4^2 = (8 - x)^2$$

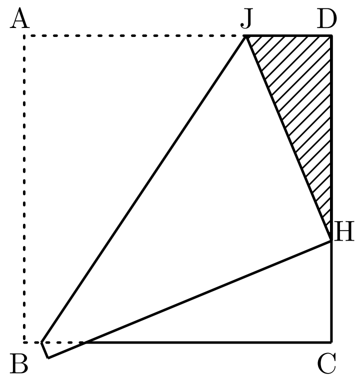
これを解くと $x = 3$ となり 3 : 4 : 5 の直角三角形といえる。

この図において 3 : 4 : 5 の直角三角形は △FAE の他に △EDH , △GIH がある。

2. 5 : 12 : 13 の直角三角形

(1) 点 A を点 H に重ねるように折ります。

こうして作った △JDH は 5 : 12 : 13 の直角三角形になっています。



証明してみよう。
正方形の一辺の長さを AB = 18 とすると

△FAE ∽ △EDH より $DH : HC = 2 : 1$

より $DH = 12$, $HJ = 18 - JD$

よって $JD = x$ とするとピタゴラスの定理より

$$x^2 + 12^2 = (18 - x)^2$$

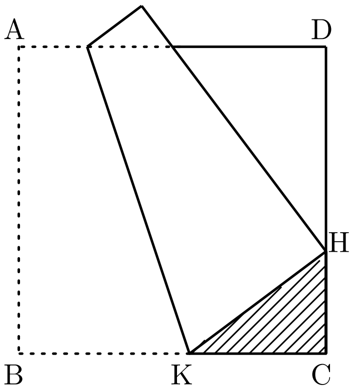
これを解くと $x = 5$ となり 5 : 12 : 13 の直角三角形といえる。

この図においても 5 : 12 : 13 の直角三角形は △JDH を含めて 3 つあります。

3. 3 : 4 : 5 の直角三角形の発展例

(1) 点 B を点 H に重ねるように折ります。

こうして作った △KCH は 3 : 4 : 5 の直角三角形になっています。



証明してみよう。

正方形の一辺の長さを $\mathrm{AB}=9$ とすると

$\mathrm{HC}=3$, $\mathrm{KH}=18-\mathrm{CK}$

よって $\mathrm{CK}=x$ とするとピタゴラスの定理より

$x^2+3^2=(9-x)^2$

これを解くと $x=4$ となり 3 : 4 : 5 の直角三角形といえる。

授業としてこの教材を考えると、折り方を説明した後,「直角三角形の辺の長さを実測してみよう！」と投げかけ，その比に気づかせればいいと思います。もちろん電卓は必需品ですね。1 回目の折り紙をしっかり指導すれば，2 回目の折り紙は生徒の自主的で活発な活動になるはずです。3 回目はさらなる発展の教材として位置づければ遊ぶ生徒もいなくなりますね。