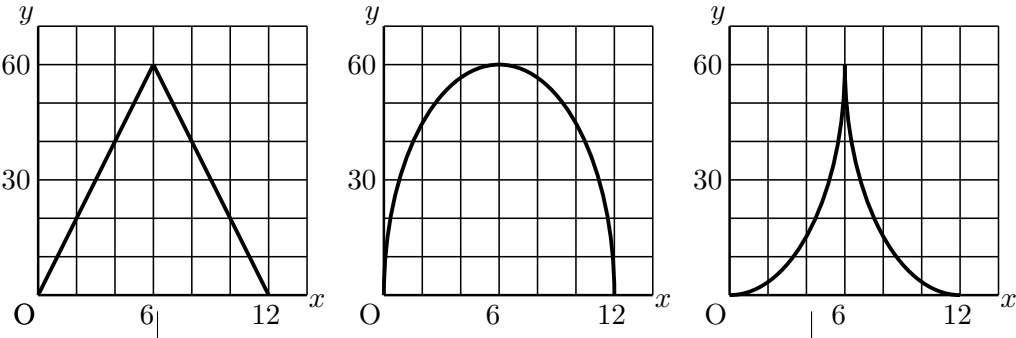
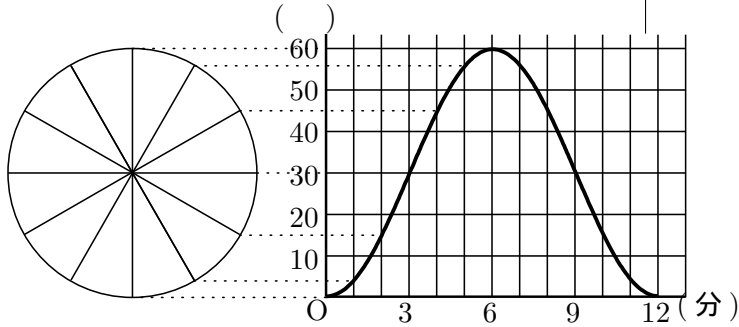
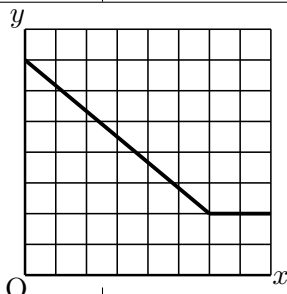
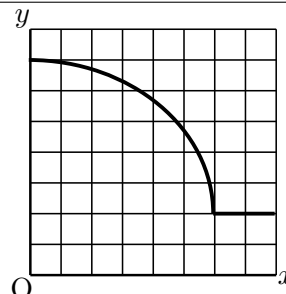
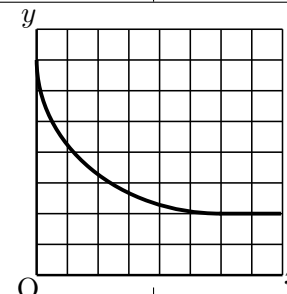


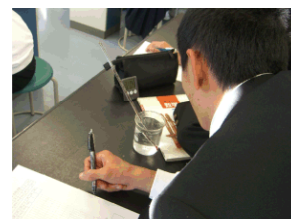
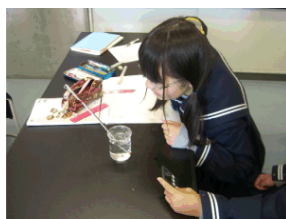
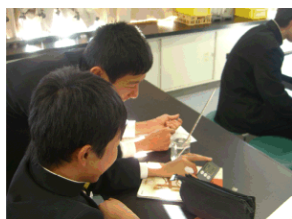
3.4.4 お湯の温度実験

指導内容	学 習 活 動	備 考
<p>いろいろな関数 (前時)</p> <p>予想する</p>  <p>実測する</p> <p>まとめる</p> 	<p>観覧車に乗ったことがありますか？</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>・直径 60 , 12 分間で一回転する観覧車のゴンドラの高さは時間とともにどのように変化しているだろうか。</p> </div> <p>・予想される生徒の考え</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>・1 分後, ゴンドラの高さはどうなっているの だろうか？</p> </div> <p>・$360 \div 12 = 30^\circ$ から高さがわかるはず。</p> <p>・グラフに表してみよう！</p>	<p>・準備 コンパス, 三角定規</p> <p>・予想用のグラフ用紙を配布する。</p>
<p>いろいろな関数 (本時)</p> <p>予想する</p>	<p>・ビーカーにお湯を入れるとお湯の温度はどうなりますか？</p> <p>・今日はビーカーに入れたお湯の温度がどのように下がっていくのか, その温度を測る実験をします。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>・最初のお湯の温度が 80°C だとして, どのように温度は下がっていくのか予想してみよう。</p> </div> <p>・予想される生徒の考え</p>	<p>・準備するもの ・温度計 ・ストップウォッチ ・お湯 ・ビーカー</p>

指導内容	学 習 活 動		備 考																								
																											
実験する	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> ・各班ごと道具を用意して実験を開始してください。 </div>		・実験レポート用紙を配布する。																								
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>時間(分)</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td> </tr> <tr> <td>温度(°C)</td><td>80.0</td><td>78.8</td><td>76.0</td><td>73.2</td><td>71.0</td><td>68.9</td><td>66.9</td><td>65.2</td><td>63.4</td><td>62.0</td><td>60.5</td> </tr> </table>				時間(分)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	温度(°C)	80.0	78.8	76.0	73.2	71.0	68.9	66.9	65.2	63.4	62.0	60.5
時間(分)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																
温度(°C)	80.0	78.8	76.0	73.2	71.0	68.9	66.9	65.2	63.4	62.0	60.5																
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>時間(分)</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td> </tr> <tr> <td>温度(°C)</td><td>59.0</td><td>57.9</td><td>56.5</td><td>55.3</td><td>54.2</td><td>53.1</td><td>52.2</td><td>51.2</td><td>50.3</td><td>49.5</td> </tr> </table>				時間(分)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	温度(°C)	59.0	57.9	56.5	55.3	54.2	53.1	52.2	51.2	50.3	49.5		
時間(分)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20																	
温度(°C)	59.0	57.9	56.5	55.3	54.2	53.1	52.2	51.2	50.3	49.5																	
まとめる	・実験が終わった班は片付けをして，レポートをまとめましょう。		・余裕を持って終われるように時間を確保する。																								
次時	・次は駐車場料金問題に挑戦しよう！																										

3.4.5 授業の様子

今回行った実験の様子を生徒の写った授業写真で振り返ってみたい。理科室における生徒の並び方は特に指示しませんでした。自分達で理科室での座り方に自然となり授業に参加していました。2人～3人班で構成されていました。男女別々の班でした。



3.4.6 お湯の温度実験資料

今回行った時間とお湯の温度の関係が実際にはどのような関係になるのか、興味ある方のために資料として付け加えておきます。

ニュートンの冷却の法則によれば、時刻 t におけるお湯の温度が室温より $x^{\circ}\text{C}$ 高いとすると、お湯の温度の下がる速さは、室温との温度差 x に比例し、次の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -kx \\ \frac{1}{x} dx &= -k dt \\ \int \frac{1}{x} dx &= \int -k dt \\ \log x &= -kt + C \\ x &= e^{-kt+C} \\ x &= Ae^{-kt}\end{aligned}$$

例えば、授業の準備のために行った予備実験のデータで説明しよう。

時間 (分)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
実験値 ($^{\circ}\text{C}$)	81.4	78.8	76.0	73.2	71.0	68.9	66.9	65.2	63.4	62.0	60.5

時間 (分)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
実験値 ($^{\circ}\text{C}$)	59.0	57.9	56.5	55.3	54.2	53.1	52.2	51.2	50.3	49.5

この場合、はじめの温度は 81.4°C で、室温 24°C より 57.4°C 高かったから、 $t = 0$ のとき $x = 57.4$ の条件で解くと

$$x = 57.4e^{-kt} \dots (1)$$

20 分後のお湯の温度が 49.5°C でそのときの室温 24°C との差は 25.5°C だから、

$$25.5 = 57.4e^{-20k}$$

したがって、

$$e^{-k} = \left(\frac{25.5}{57.4}\right)^{\frac{1}{20}} \doteq 0.9602 \dots$$

これを (1) に代入すると

$$x \doteq 57.4 \times 0.9602^t$$

となる。

よってお湯の温度を $y^{\circ}\text{C}$ 、時刻を t としたときのこの場合の関係式は

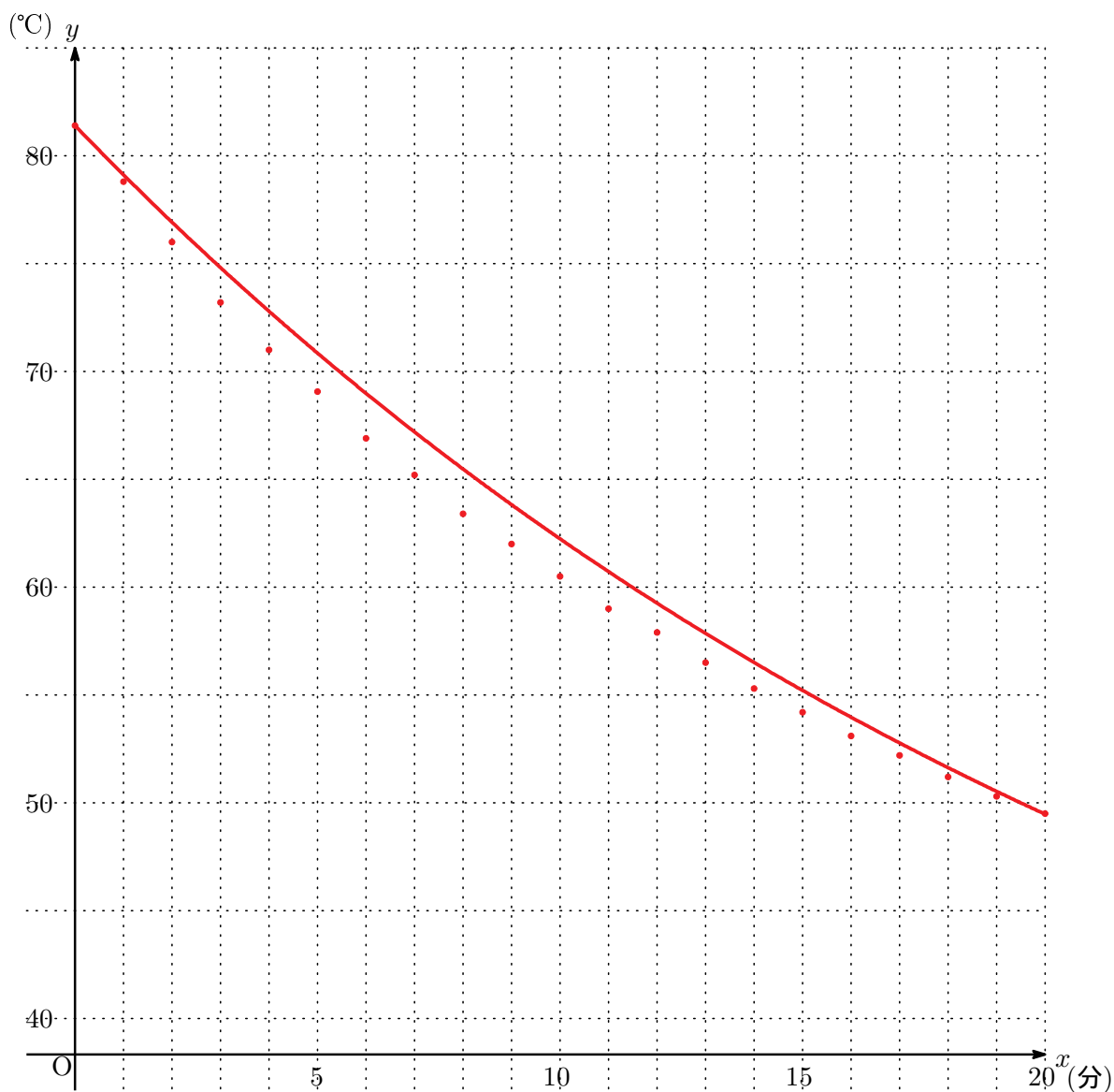
$$y = 57.4 \times 0.9602^t + 24$$

となる。これが初期値と終値から求めることができる関係式である。(高等数学になってしまったことをお許し願いたい。納得いかない人もいるかと思ってまとめました。)

理論値と実験結果を比べて書いてみよう。

時間 (分)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
実験値 (°C)	81.4	78.8	76.0	73.2	71.0	68.9	66.9	65.2	63.4	62.0	60.5
理論値 (°C)	81.4	79.1	76.9	74.8	72.8	70.9	69.0	67.2	65.5	63.8	62.2
誤差		0.3	0.9	1.6	1.8	2.0	2.1	2.0	2.1	1.8	1.7

時間 (分)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
実験値 (°C)	59.0	57.9	56.5	55.3	54.2	53.1	52.2	51.2	50.3	49.5
理論値 (°C)	60.7	59.3	57.9	56.5	55.2	54.0	52.8	51.7	50.6	49.5
誤差	1.7	1.4	1.4	1.2	1.0	0.9	0.6	0.5	0.3	



点がデータをプロットしたもので、実線が理論値の値である。やや誤差がはっきりと出てしまっただが、しかし実験のデータは満足するレベルだと感じている。

このグラフを直線で結ぶ生徒はさすがにいないと思います。身近な現象に新しい曲線のグラフがあるんだという思いを抱かせれば授業は成功だと思います。

3.4.7 お湯の温度実験の解説

今回行った実験の詳細を記しておこう。

1. 温度計 (アルコール温度計)



・定番の温度計ですね。100°Cまで計れます。

2. タイマー (キッチンタイマー)



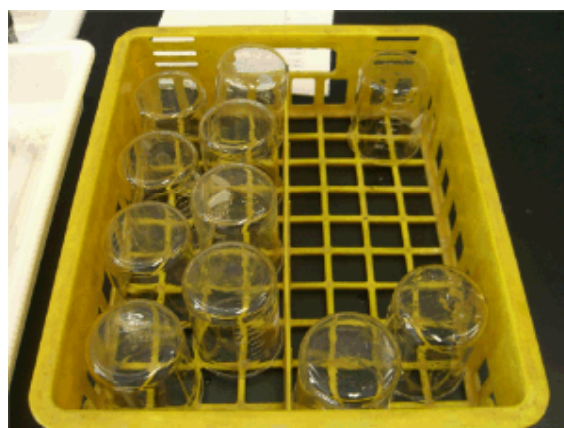
・自分の学校にはストップウォッチの代わりにキッチンタイマーが理科室に用意してあったので今回はそれを使用しました。

3. お湯 (5 の電動ポット)



・保温型のポットだとお湯が冷めると思って、電動ポットにしました。実験の直前まで沸かしていました。

4. ビーカー (200 cc)



・今回は一般的な 200 cc タイプのビーカーを使用しました。使用するビーカーは大きければさめにくいし、小さければ温度変化は大きいと思います。

目新しい器具はなく、生徒も一度は扱ったことのある器具ですので数学の教員以上に生徒の方が慣れていると思います。ここで自分なりに誤差を少なくした工夫をいくつか書いておきます。

- ビーカーを生徒に配布する前に、ビーカーに一度お湯を入れて暖めておいた。(湯通しというやつです。)
- 温度の測り始めはちゃんと温度計が上がりきって、少し待ってから始めるように注意しておいた。

とりたてて専門的なことではありません。この実験は本当にシンプルです。