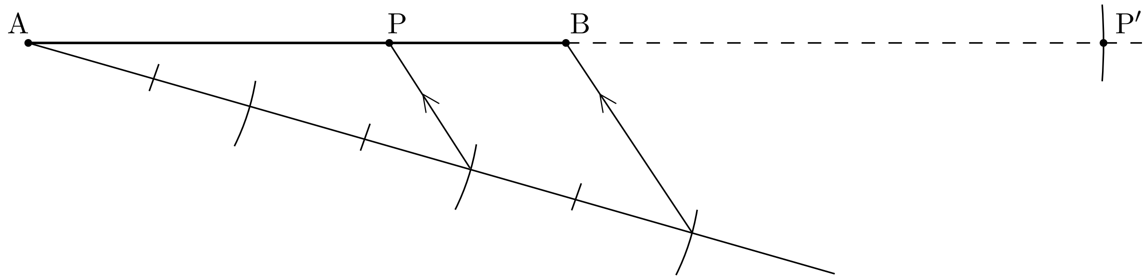
3.6.4　元気話．内分・外分

問．線分 AB を 2：1 の比に分ける点 P を作図しなさい。

どの教科書にも，相似の性質を使って内分点を求める問題が載っている。この頃の教科書には「線分 AB 上で」という文が加わっている。これはどういうことかは数学を専門にしている教師にはおわかりだろう。そう内分点に限定しているのである。しかし授業中の問題ではわざわざ線分 AB 上でとは書かないだろう。自分の授業中の発問は「線分 AB を 2：1 の比に分ける点 P を作図しなさい。」としている。そしてその授業の最後に「まだ他にもないかなぁ？」という言葉で生徒に投げかけるのである。外分点に気がつく生徒はいないが，自分は指導してもいいと思っている。正解を言っても，どうしてその点が 2：1 になるのか理解するのに時間はかかりますが…

これは方程式の学習にも言えると思うのである。恒等式を学習するのは高等学校であるが，中学の教材のままでは方程式と等式の区別があいまいになってしまう。恒等式という言葉は出さなくてもいいが，やはり方程式と等式の違いを表す式くらいは簡単に触れるべきであろう。数学の奥深さを日頃から生徒に感じさせていき，興味関心を引きつけることは大切だと感じている。



図．線分 AB を 2：1 の比に分ける点 P の作図

ここで問題を少し発展させて考えてみましょう。2 点 A, B に対して AP：PB＝2：1 を満たす点 P はどんな軌跡を描くのでしょう。例題に挑戦してみてください。

問．2 点 $A(0,0)$, $B(6,0)$ において AP：PB＝2：1 を満たす点 P の軌跡を求めなさい。(大学入試問題改題)

大学入試の基本的な計算問題です。忘れてしまった先生が多いかな？ 復習がてら解いてみましょう。

点 P の座標を (x, y) とすると，

AP：PB＝2：1 より AP＝2PB

ここで　$\mathrm{AP}=\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2}$

$\mathrm{PB}=\sqrt{(x-6)^2+(y-0)^2}$ より

$$\sqrt{x^2+y^2}=2\sqrt{(x-6)^2+y^2}$$

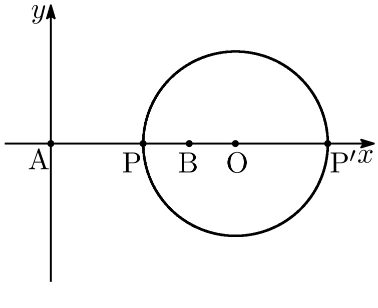
よって

$$x^2+y^2=4\{(x-6)^2+y^2\}$$

$$3x^2-48x+144+3y^2=0$$

$$x^2-16x+48+y^2=0$$

$$(x-8)^2+y^2=16$$



これは中心 $(8,0)$，半径 4 の円を表しています。

この円はギリシャの数学者アポロニウス (BC262 年頃 –BC190 年頃) の名前をとって「アポロニウスの円」とよばれています。

少し気づきました。「数直線上で 6 を 2 : 1 にわける数はいくつだろう？」って発問すれば外分と複素数まで話ができます。(2020.4.26 追記)