### 3.1.7　元気話．式を活用した定番問題

ある数学の講演会から…

| |
|---|
| 問. 偶数が次のように順番に並んでいます。<br>$2, 4, 6, 8, \cdots$<br>次のように隣り合う 2 つの偶数をかけて 1 を加えてできる数の特徴を調べよう。<br>$2 \times 4 + 1 = 9$<br>$4 \times 6 + 1 = 25$<br>$6 \times 8 + 1 = 49$<br>$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ |

この問題自体はよくある問題です。学校図書の教科書でも取り上げられています。でもよくよく考えて見ると，わざと考える数の集合を狭くして取り上げていること，そして結論を示さない問題であることに意味があります。というのは

2 つの偶数を $2n$ , $2n+2$ とする

$$\begin{aligned} & 2n \times (2n+2) + 1 \\ &= 4n^2 + 4n + 1 \\ &= (2n+1)^2 \end{aligned}$$

式を見てわかる通り，結果は

① 平方数になる。
② 奇数になる。
③ 奇数の 2 乗になる。
④ 2 つの偶数にはさまれた奇数の 2 乗になる。

と色々な見方ができるからです。

よって生徒は思い思いの結論を予想して解くことになります。その結果④まで解けたとしましょう。

「隣り合う 2 つの偶数についてはわかったけど，奇数の場合はどうなるのだろうか？」

と発展できます。さらには差が 2 のすべての数が掛け合わせて 1 を加えると，はさまれた数の平方数になるということへ発展できるのです。ようするに上の問題もクリアできたのなら，

「今日調べたことはすべての数に対して成り立つことなんじゃないだろうか, 調べてみようよ。」

と最後の発問が成立します。

もし最初の問いに対して

2 つの偶数を $n$ , $n+2$ とする

$$\begin{aligned} & n \times (n+2) + 1 \\ &= n^2 + 2n + 1 \\ &= (n+1)^2 \end{aligned}$$

という誤答があったなら，授業の最後にその生徒がやった誤答は実はすべての数に対して成り立つ式なんだ，ということを言うことができます。

ここでのポイントはすべての数に対して成り立つ法則だけれども，それをあえて狭い集合の中で取り上げ証明する，そしてより広い世界がどうなっているのだろうとさらに推測させ生徒の興味関心を高めることにあります。