2023 年 9 月 28 日

数学の数 2

Version 1.1

By Shigemasa Ozawa

数	内容	数	内容	数	内容
0	x^0 の発見				
1	ピタゴラスと数	26	平方数が回文数になる数	51	紙を折って太陽に行く！
2	2 次方程式の解の公式	27	9 の倍数	52	初項 1，公比 3 の等比数列の和の総乗
3	平面の決定，体積，楔数	28	完全数未解決問題	53	n^3-n^2+n+1
4	集合数と順序数	29	3 連続整数の平方和	54	3-多冪数
5	約数の和が完全数になる数	30	30 考察	55	多角数定理
6	奇数の立方和で表せない完全数	31	中心つき五角数	56	三角錐数
7	7 の倍数の見分け方	32	片手で表せる最大数	57	2^n+n^2
8	ギリシャのデロス島の神託	33	階乗の和	58	素数日
9	9 の積	34	フィボナッチ数と4×4の魔方陣	59	n^3-n-1
10	n^3+n	35	$9n^2-1$	60	2-多冪数
11	リュカ数	36	九九で出現する数	61	中心つき四角数
12	素因数分解形	37	中心つき六角数	62	ルドルフ数
13	n からの n 連続平方和	38	平方数の下 3 桁がゾロ目になる数	63	メルセンヌ数
14	三次元魔方陣	39	3 連続整数の和と 3 連続奇数の和	64	等比数列の総乗
15	3×3 の魔方陣	40	素因数の数を表す ω	65	5×5 の魔方陣
16	異なる次元を結ぶ数	41	逆数の循環節が n になる最小数	66	三角数の逆数の和の性質
17	ガウスと正 17 角形	42	カタラン数	67	n^3+n-1
18	過剰数と 18 考察	43	初項 1，公比 -2 の等比数列	68	漢字の単位
19	中心つき三角数	44	完全順列	69	点対称の数 (7セグメントディスプレイ表示)
20	連続整数で表せる分数式	45	六角数	70	ハーシャッド数
21	ダイスの出方とダランベールの誤り	46	過剰数の和で表せない最大偶数	71	n^2+n-1
22	円周率 π の近似値	47	n^3-n^2-1	72	2 つの数の立方和で表せる数
23	誕生日パラドックス	48	n^3-n^2	73	n^6+n^3+1
24	ギリシャ文字	49	k-多冪数の連続区間	74	ローマ数字
25	平方数と連続三角数の和	50	偏差値	75	素数の平方和で表せる数

数	内容	数	内容	数	内容
76	多角数定理解説	101	回文数	314	円周率の近似値
77	ルース＝アーロン・ペア	105	四角錐数の和	318	π の逆数の数字列
78	Σ と数列の公式	108	常用対数と数円	324	$n \times b^n$
79	n^3+n^2-1	121	$(a+b)^2$ の展開式の係数	377	連続素数を使った数式
80	有限小数	133	完全数の各位の平方和	384	4 連続偶数・奇数の積
81	中心つき八角数	135	$a^1+b^2+c^3=100a+10b+c$	495	カプレカ数
82	ピタゴラス数考察	136	中心つき九角数	504	トリボナッチ数考察
83	n^3+n^2+n-1	145	各位の階乗和が自身になる数	618	φ の逆数の数字列
84	ディオファントスの墓碑銘	153	ナルシシスト数	641	フェルマー数
85	n^4+n+1	157	単位ラジアンの数字列	658	連続素数を使った分数式
86	3 連続と 4 連続平方和	159	ウッダル数	756	$3^n \times (3^n+1)$
87	ゼッケンドルフの定理	160	$n \times 2^n$	1024	常用対数の近似値の求め方
88	漢字の「数学」	180	連続整数の分数式	1233	自身を区切った数の平方和が自身になる数
89	フィボナッチ数の階段問題	190	3 つの数の立方和で表せる三角数	1243	11 の倍数の性質
90	異なる 4 つの数の平方和	196	逆順の数を加えても回文数にならない数	1729	タクシー数
91	キャブタクシー数	202	キャニオン数, クレイター数	1984	$2^{n+1} \times (2^n-1)$
92	k-多冪数	210	三角数かつ矩形数	2016	倍積完全数にならない $2^{n-1}(2^n-1)$ の数
93	3 の倍数	216	積が等しい 3×3 の魔方陣	2020	2020 と n 進法
94	1〜100 の素数と半素数	234	$m^{n-1} \times (m^n-1)$	2022	n と $n+2$ を並べた数
95	n^3-n^2-n	242	マウンテン数, ギザ数	2023	n 進法
96	4-多冪数	248	$2^n \times (2^{n+2}-1)$	2024	偶数からできる数
97	n からの n 連続整数の 4 乗和	272	$2^n \times (2^n+1)$	2025	各位に 1 を加えた数が平方数
98	$2n^2$	273	$a^0+a^2+a^4$	2401	累乗数とハーシャッド数
99	$4n^2-1$	276	過剰数の三角数	3435	ミュンヒハウゼン数
100	$1^n+2^n+3^n+4^n$	288	逆順に並べた数との積が平方数になる数	4150	各位の n 乗和が自身になる最小の数

数	内容	数	内容	数	内容
167	1⋯7 型の最小の素数	457	4⋯7 型の最小の素数	953	9⋯3 型の最小の素数
168	素数の個数と素数計数関数	461	$4m\pm1$ の Prime Race	967	9⋯7 型の最小の素数
173	$\sqrt{n}$ の数字列の素数	479	4⋯9 型の最小の素数	1001	10⋯01 の合成数
179	1⋯9 型の最小の素数	509	2^n-m 型の素数	1117	n 行 n 列に並べた数も素数
193	2^n+1 型の素数と最小素因数	541	5⋯1 型の最小の素数	1213	連続整数を昇順に並べた素数④
211	2⋯1 型の最小の素数	563	5⋯3 型の最小の素数	2014	素数の間隔
221	連続素数を使った式で表せる221	577	5⋯7 型の最小の素数	2221	連続整数を降順に並べた素数②
223	$6^n\pm m$ 型の素数	593	レイランド素数 (x^y+y^x)	7477	基本定数の数字列の素数
227	2⋯7 型の最小の素数	599	5⋯9 型の最小の素数	30031	ユークリッドによる素数の無限個証明
229	$3m\pm1$ の Prime Race	601	6⋯1 型の最小の素数	294001	弱い素数
233	2⋯3 型の最小の素数	603	6⋯3 型の最小の素数	ш	ベルフェゴール素数
239	2⋯9 型の最小の素数	617	6⋯7 型の最小の素数		
241	3^n-m 型の素数	619	6⋯9 型の最小の素数		【素数編おまけ】
251	3^n+m 型の素数	641	フェルマー数の最小素因数	5	ウォルステンホルムの定理
257	フェルマー素数	701	7⋯1 型の最小の素数	23	連続素数を昇順に並べた素数
263	2^n+m 型の素数	733	7⋯3 型の最小の素数	23	2 つの連続素数を昇順に並べた素数
311	3⋯1 型の最小の素数	757	7⋯7 型の最小の素数	25	素数が出現する割合
313	3⋯3 型の最小の素数	769	7⋯9 型の最小の素数	29	クンマー数列
317	3⋯7 型の最小の素数	797	どこで切っても素数になる素数	43	ユークリッド素数列
347	34⋯47 型の最小の素数	811	8⋯1 型の最小の素数	53	2 つの連続素数を降順に並べた素数
349	3⋯9 型の最小の素数	823	8⋯3 型の最小の素数	73	n^4-n^2+1
353	$7^n\pm m$ 型の素数	827	8⋯7 型の最小の素数	83	3 連続素数の和で表せる素数
373	切り取った 2 つの数が素数になる最大の素数	829	8⋯9 型の最小の素数	89	素数の間隔
401	4⋯1 型の最小の素数	911	9⋯1 型の最小の素数	1229	素数定理
433	4⋯3 型の最小の素数	929	9⋯9 型の最小の素数	1234567	1 からの連続整数を並べた数

数	内容	数	内容	数	内容
	【幾何編】	36	平行六面体の展開図の種類	2	球面の円周率
		49	平方数の作図	2	相加平均と相乗平均
0	次元	51	3 連続整数でできる三角形の面積	3	シムソンの定理
2	オイラーの多面体定理	56	平面を直線で区切ったときの領域の数	3	陽関数のグラフ
2	無限遠点	60	正多角形の内角	4	四色定理
2	非ユークリッド幾何学	72	正五角形の中心角および外角	5	正葉曲線 (桜)
2	$\sqrt{ab}$ の作図	74	空間を敷き詰める球面の割合	36	黄金三角形の頂角
3	作図可能な最小整数角	90	ターレスの定理	φ	黄金三角形
4	ジョンソンの定理	110	ルジンの問題の最小の辺	π	π のドット表示
5	黄金比の作図	112	ルジンの問題の最小解	e	e のドット表示
7	ケーニヒスブルクの 7 つの橋	180	三角形の内角の和	φ	φ のドット表示
8	リサージュ曲線	357	三角比を求めることができる三角形	M	M のグラフ
9	九点円	360	内角が整数になる正多角形	V	トーラス
10	格子状の正方形	907	円の最密充填率		【数学の数 2 おまけ】
11	立方体の展開図	1487	ウィトルウィウス的人体図		
12	正多面体	1618	黄金比の数字列	0	"ゼロ"と"れい"
14	ペンローズの階段	2003	幾何化予想	2	立方根の無限多重根号
15	15° の三角比	$\frac{2}{5}$	フォードの円	2	ブール代数
16	超立方体の展開図	$\frac{36}{5}$	地球の大きさを測ったエラトステネス	3	3 次方程式の解の公式
17	作図可能な正多角形	$\frac{3}{2}$	デカルトの葉曲線	3	3 を表す無限多重根号
18	18 の倍数の三角比	π	反比例のグラフを回転させてできる体積	4	モニック多項式
20	切頂二十面体	∞	カッシーニの卵形線	4	4 つの集合のベン図
25	斜辺の長さが等しい 2 つの直角三角形		【幾何編おまけ】	5	ガロア
27	対角線の本数			5	ニュートンの冷却の法則
31	円周上を結ぶ線で区切られる領域の数	0	ポアンカレ円板	6	無限多重根号

数	内容	数	内容	数	内容
7	トリボナッチ数	57	n^2+n+1 の性質	$\sqrt{\pi}$	基本定数の平方根
8	三角数の見分け方	62	3 つの数の平方和 2 通りで表せる数	$\sqrt[3]{\pi}$	基本定数の立方根
9	ディオファントス方程式	65	2 つの数の平方和 2 通りで表せる数	$\pi+e$	基本定数の加減演算
13	逆数の循環節が同じ長さの数	71	チェビシェフ多項式	$e\pi$	基本定数の乗除演算
14	累乗数の桁を増やす数	72	フィボナッチ多項式	i	複素平面上の 1 の 4 乗根
14	球を平面で切ったときの分割数	73	アルファベットを数に変換	$\sqrt{i}$	$x^4+1=0$ の解
15	各位の和が三角数になる三角数	84	$n(n+1)(2n+1)$	$\sqrt{i}$	$x^8-1=0$ の解
16	パスカルの三角形の n 段目の数の和	99	第二種チェビシェフ多項式	$\sqrt[i]{i}$	オイラーの公式の利用
17	ガウスと正 17 角形	100	n^3-n^2	i^i	オイラーの公式の利用
25	$x^2\pm n$ が平方数になる x と n	101	サイクロプス数	$\sqrt[3]{i}$	立方根の解と複素平面
26	n 乗した数の各位の和が自身になる数	230	常用対数から自然対数への変換	ω	ω と複素平面
27	ディオファントス方程式	276	アリコット数列	$\sqrt{\omega}$	ω の性質
28	オイラーによる神の存在証明	2016	2016 の性質	$\sqrt{\omega}$	$x^6-1=0$ の解
30	n 連続素数の積の数	2025	区切った 2 つの数の和の平方が自身になる数	ω^i	オイラーの公式
31	n^2+n+1 の数と分数式	$\frac{1}{3}$	$y=x^n$ の面積	ωi	$x^{12}-1=0$ の解
32	曲線を直線にするグラフ	$\frac{1}{6}$	矩形数の逆数のグラフ	ωi	4 乗根と複素平面
33	2 進数でも回文になる回文数	$\sum 10^{-k!}$	最初に発見された超越数：リウヴィル数	ρ	プラスチック数
35	連続整数の立方和	e	ネイピア数	ρ^2	プラスチック数の平方
42	$a^1+a^3+a^5$ の数	γ	オイラー定数	$A084559$	オンライン整数列大辞典の使い方
43	ゲーベル数列	π^2	基本定数の平方数と立方数の数字列	$\frac{6}{\pi^2}$	既約分数になる確率
44	約数を n 個もつ n 番目の数	π^π	π 乗 (ラマヌジャン定数)	ω	ω を単位元とする世界
48	二重階乗	e^π	ゲルフォントの定数	∞	オイラー積
51	n と n^3 で下 2 桁が等しい数	e^e	e 乗	∞	調和級数
54	3 つの数の平方和 3 通りで表せる数	φ^φ	φ 乗	∞	バーゼル問題
55	三角数番目の三角数	φ^n	φ^n の値	012	Oz

$\boxed{0}$

0 を除くすべての数の 0 乗は 1 です。

$$x^0 = 1 \ (x \fallingdotseq 0)$$

「人類最初に 0 乗を思いついたのはバクダット出身のアッ=サマウアルで, 12 世紀頃の著作「代数の驚嘆」に記述があるとありました。(「数学全史」岩波書店より)」(Oz)

(0^0参照)

$\boxed{1}$

ピタゴラスは数に人生を対応させました。1 は理性です。

数	意味	数	意味
1	理性	6	恋愛・霊魂
2	女性	7	幸福
3	男性	8	愛・本質
4	正義・真理	9	理想
5	結婚	10	神聖・完全

「10 は 1+2+3+4 から点・線・面・立体を表すことからピタゴラスの完全数といわれています。アリストテレスは 3 をユークリッドは 6 を完全数と考えていました。」(Oz)

$\boxed{2}$

2 次方程式の解の公式は美しい公式です。

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

b の値が偶数なら次の式も利用可能です。

$$x^2 + 2px + q = 0$$

$$x = p \pm \sqrt{p^2 - q}$$

「中学生に知らせるべきか, べかざるべきか, それが問題だ！」(Oz)

3

数学の世界では 3 点で平面が決まり三角形や円の形が決定します。直方体の体積は 3 要素の(縦)×(横)×(高さ)で求めます。3 つの素因数で表せる数を楔(くさび)数といい最小は 30 です。

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

4

4 を読むときには何て読みますか？「よん？」「し？」個数を数えるときには「よん」, 順番を数えるときには「し」と読むと思います。これが量を表す集合数と順序を表す順序数 (序数) の違いです。

いち に さん よん ご ろく なな
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ⋯
いち に さん し ご ろく しち

5

整数列大辞典
*A*146542

約数の和が完全数になる数があります。5 は最小です。(28参照)

順	完全数 (*A*000396)	約数の和が完全数 (*A*146542)
①	6	5
②	28	12
③	496	427
④	8128	∅
⑤	33550336	10924032 16125952 22017387 24376323 32501857 33288097

$\boxed{6}$

整数列大辞典
A000384

6 以外の完全数は奇数の立方和で表せます。6 はなぜ表せないのか？

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^3=n^2(2n^2-1)$$

ここでn^2をmとおくと

$$a_m=m(2m-1)$$

これは六角数を表す数式です。六角数においてn^2番目の数が奇数の立方和になります。6 は $\sqrt{2}$ 番目です。

$\boxed{7}$

7 の倍数の見分け方です。

1 の位を除いた数と 1 の位を 2 倍した数との差が 7 の倍数ならば元の数は 7 の倍数です。

例. $686\to 68-6\times 2=56$

$56\to 5-6\times 2=-7$

「教科書には載っていない 7 の倍数の見分け方です。3 桁の数を例にしましたが何桁でも可能です。証明も簡単にできます。挑戦してみてください。」(Oz)

(参考文献：数学セミナー 2003年3月号)

$\boxed{8}$

整数列大辞典
A227875

8 は立方数 (2^3) であり，フィボナッチ数。この数列において立方数は 1 と 8 しかありません。ギリシャのデロス島で悪疫退治のため神殿に伺いを立てたところ「立方体の祭壇を2倍せよ。」という神託を受け,各辺を 2 倍にし 8 倍にしたという話があります。

9

小学校の教育に一言。9 のかけ算なんだけど，「10 倍してかけてる数を引く。」じゃダメですか？九九を覚えさせることも大切だけど，2 桁の数になったとたんに筆算じゃ…。もちろん 11倍は「10倍してたす。」です。

10

整数列大辞典
A034262

10 は n^3+n の形で表せます。

$$10=2^3+2$$

n	数	n	数	n	数
1	2	7	350	13	2210
2	10	8	520	14	2758
3	30	9	738	15	3390
4	68	10	1010	16	4112
5	130	11	1342	17	4930
6	222	12	1740	18	5850

「738の性質は何かないかって探したとき発見しました。どうして738を探していたかは来年が2019年だからです。」(Oz)

$$738=2^3+0^3+1^3+9^3$$

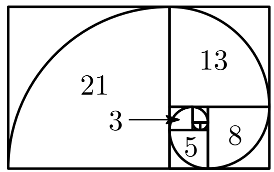
11

整数列大辞典
A000032
A005479

11はフィボナッチ数の連続 4 数の和で表せるリュカ数です。(φ^φ参照)

$$11=1+2+3+5$$

順	数	順	数	順	数	順	数
①	4	④	18	⑦	76	⑩	322
②	7	⑤	29	⑧	123	⑪	521
③	11	⑥	47	⑨	199	⑫	843



12

整数列大辞典
*A*025487

12はそれ以下の数にはない素因数分解の形で表せます。

$$12=2^2\times 3$$

2つ以上の因数で異なる形の最小の数です。

数	素因数分解形
12	$2^2\times3$
24	$2^3\times3$
30	$2\times3\times5$
48	$2^4\times3$
60	$2^2\times3\times5$
72	$2^3\times3^2$

13

整数列大辞典
*A*050410

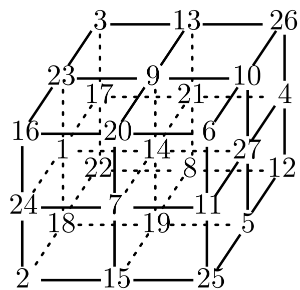
13は2つの数の平方和で表せます。nからのn連続整数の平方和で表せる数です。

$$13=2^2+3^2$$

n	数	n	数	n	数
1	1	7	728	13	4875
2	13	8	1100	14	6111
3	50	9	1581	15	7540
4	126	10	2185	16	9176
5	255	11	2926	17	11033
6	451	12	3818	18	13125

14

立体の魔方陣があります。下の図は和が42の三次元魔方陣で中央の数は14です。



15

整数列大辞典
*A*217568

3×3 の魔方陣の 1 列の数の和が 15 で中央の数は 5 です。(34, 65参照)

8	1	6
3	5	7
4	9	2

「数列を覚えるには語呂合わせです。
83 4 1 5 9
"易しい語句は倍積完全数 (672)"」(Oz)

16

1 辺の長さが 4 の正方形は周の長さも面積も 16 です。立方体は一辺 6 のとき表面積と体積が 216 になり, 円は $r = 2$ のとき円周と面積が 4π になり, 球は $r = 3$ のとき表面積と体積が 36π になります。

「Wikipedia に書いたら"次元が違う"と削除されました。次元を結ぶ数なのに…。」(Oz)

17

3 大数学者の 1 人ガウスの成果で最も有名なものは正 17 角形が作図可能と証明したことです。作図できる素数の正多角形の発見は有史以来初めてでした。ただ作図の方法には興味がなかったらしく作図法は別の人が発見しました。

18

整数列大辞典
A005101

18 は過剰数です。18 の約数は $1, 2, 3, 6, 9, 18$ で約数の和は

$$1+2+3+6+9+18=39$$

となり 18 の 2 倍, 36 より大きくなります。高度合成数でない過剰数では最小の過剰数です。

見方	前の数	次の数
3連続三角数の積	$\varnothing$	180
4連続整数の4乗和	18	98

19

整数列大辞典
A005448
A125602

19 は 4 番目の中心つき三角数です。正三角形上に順に点を取っていったときの総数です。

$$C_{3,n}=\frac{3n^2-3n+2}{2}$$

n	数	n	数	n	数	n	数
1	1	4	19	7	64	10	136
2	4	5	31	8	85	11	166
3	10	6	46	9	109	12	199

20

整数列大辞典
A110371

20 は連続整数を使った以下の式で表せます。

$$20=\frac{4\times5\times6}{1+2+3}$$

n	数	n	数
1	2	4	168
2	4	5	2016
3	20	6	31680

$$a_n=\frac{(2n)\,!}{n!\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k}=\frac{2(2n)\,!}{n(n+1)\,!}$$

「ここにも2016がある。この数はいったいどれくらいのpowerをもっているんだ。」(Oz)

$\boxed{21}$

昔の賭場ではダイス2つを使った賭け事が行われていました。目の出方は21通り,丁(偶数)が12 通りで半(奇数)は 9 通り。そのため丁の方が出やすいと思われていました。コイン 2 枚で表と裏が出る確率を $\frac{1}{3}$ とした「ダランベールの誤り」は有名です。

$\boxed{22}$

整数列大辞典
*A*000796

22 と聞いて思ったのは, 円周率 π の近似値

$$\frac{22}{7} \fallingdotseq 3.14285714\cdots$$

でした。7月22日は円周率の近似値の日です。また22は九九で表すことのできない最小の合成数 (素数でない数) です。立方数が 5 桁になるのは 22 からです。

$\boxed{23}$

「何人集まればその中に同じ誕生日の人がいるか？」という問題は知っていますか？「誕生日パラドックス」という問題ですが 23 人のときにこの確率が 0.5 を超えます。30 人で確率 0.706···, 40人で0.891··· です。

$$p = 1 - \frac{365!}{365^n(365-n)}$$

24

高校から登場するギリシャ文字は 24 種類 48 文字です。

Α α	アルファ	Ι ι	イオタ	Ρ ρ	ロー
Β β	ベータ	Κ κ	カッパ	Σ σ	シグマ
Γ γ	ガンマ	Λ λ	ラムダ	Τ τ	タウ
Δ δ	デルタ	Μ μ	ミュー	Υ υ	ユプシロン
Ε ε	イプシロン	Ν ν	ニュー	Φ φ	ファイ
Ζ ζ	ゼータ	Ξ ξ	クシー	Χ χ	カイ
Η η	エータ	Ο ο	オミクロン	Ψ ψ	プサイ
Θ θ	シータ	Π π	パイ	Ω ω	オメガ

アルファベットと異なる字体は 33 文字です。

25

整数列大辞典 A000290

平方数 (四角数) は 2 つの連続する三角数の和で表せます。

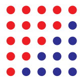
$$25 = \mathbf{15} + \mathbf{10}$$

$$a_n + a_{n+1}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$$= \frac{(n+1)(2n+2)}{2}$$

$$= (n+1)^2$$



26

整数列大辞典 A251673

26 は回文数ではありませんが 2 乗した数が回文数になる数です。2 乗して回文数になる数で元の数が回文数でない最小の数です。

$$26^2 = 676$$

順	n	n^2	順	n	n^2
①	26	676	④	836	698896
②	264	69696	⑤	2285	5221225
③	307	94249	⑥	2636	6948496

27

整数列大辞典
A008591

27は9の倍数です。9の倍数は各位の和が9の倍数になるかで判断できます。27は$2+7=9$となるので9の倍数です。

aを10, bを1の位とし

$$10a+b=9a+a+b$$
$$=9a+(a+b)$$

と変形できます。

28

整数列大辞典
A000396

28は2番目の完全数です。発見されている完全数は51個です。(2023年現在) 完全数の未解決問題に"偶数の完全数は無数に存在するか？","奇数の完全数は存在するか？","末尾が6か8以外の完全数は存在するか？"等があります。(6参照)

29

整数列大辞典
A120328

29は3連続整数の平方和で表せます。

$$29=2^2+3^2+4^2$$

この数はk,nを整数とするとき

$$(k-1)^2+k^2+(k+1)^2=n$$

を満たす整数nです。

$$3k^2+2=29$$

を満たす2次方程式の正の解が3ということです。

30

整数列大辞典
A046301

30 は 3 連続素数の積になる特別な楔数です。

$$
\begin{aligned}
30 &= 2 \times 3 \times 5 \\
&= 1^2+2^2+3^2+4^2 \\
&= 2^1+2^2+2^3+2^4
\end{aligned}
$$

見方	前の数	次の数
$1^n+2^n+3^n+4^n$	10	100
四角錐数	14	55
4連続平方和	14	54
2の自然数乗の和	14	62
$a^1+a^2+a^3+a^4$	4	120
連続素数の積	6	210
3連続素数の積	∅	105
フィボナッチ数の積	6	240

31

整数列大辞典
A005891
A145838

31 は 4 番目の中心つき五角数です。正五角形上に順に点を取っていったときの総数です。

$$C_{5,n} = \frac{5n^2-5n+2}{2}$$

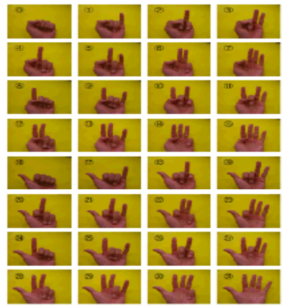
n	数	n	数	n	数	n	数
1	1	4	31	7	106	10	226
2	6	5	51	8	141	11	276
3	16	6	76	9	181	12	331

32

整数列大辞典
A007088

32 は片手で表せる最大の数の個数です。

$$2^5 = 32$$



33

整数列大辞典
$A007489$

33 は階乗の和で表すことができます。

$$33 = 1! + 2! + 3! + 4!$$

一般項は $a_n = \sum_{k=1}^{n} k!$

n	数	n	数	n	数
1	1	4	33	7	5913
2	3	5	153	8	46233
3	9	6	873	9	409113

$$n! = n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1$$

34

整数列大辞典
$A126710$

34 は 13+21 からなる 9 番目のフィボナッチ数です。4×4 の魔方陣の列の和は 34 です。1 から 16 までの整数の和は 136 で, それを 4 で割ると 34 になります。

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

35

整数列大辞典
$A136016$

35 は $9n^2-1$ で表せる数です。

$$35 = 9 \times 2^2 - 1$$
$$= 5 \times 7$$
$$9n^2 - 1 = (3n-1)(3n+1)$$

n	数	n	数	n	数
1	8	8	575	15	2024
2	35	9	728	16	2303
3	80	10	899	17	2600
4	143	11	1088	18	2915
5	224	12	1295	19	3248
6	323	13	1520	20	3599
7	440	14	1763	21	3968

36

整数列大辞典
A174995

36 は平方数です。また

$36 = 1^2 \times 2^2 \times 3^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3$

となる数です。九九で出現する数は36個です。

十＼一	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
10		○		○	○	○		○		○
20	○			○	○		○	○		○
30		○			○	○				○
40		○			○			○	○	
50				○		○				
60			○	○						
70		○								
80	○									

37

整数列大辞典
A003215
A002407

37 は 4 番目の中心つき六角数です。正六角形上に順に点を取っていったときの総数です。

$$C_{6,n} = 3n^2 - 3n + 1$$

n	数	n	数	n	数	n	数
1	1	4	37	7	127	10	271
2	7	5	61	8	169	11	331
3	19	6	91	9	217	12	397

38

整数列大辞典
A186439
A039685

38 は平方数の下 3 桁がゾロ目になる最小の数です。

$$38^2 = 1444$$

平方数の下 3 桁がゾロ目になるのは "000" か "444"だけです。

順	数	順	数	順	数
①	38	⑤	400	⑨	600
②	100	⑥	462	⑩	700
③	200	⑦	500	⑪	800
④	300	⑧	538	⑫	900

39

整数列大辞典
$A016945$

39は3連続整数の和で表せます。

$$39=12+13+14$$

3の倍数は3連続整数の和で表せます。

$$(n-1)+n+(n+1)$$
$$=n-1+n+n+1$$
$$=3n$$

3連続奇数の和は奇数の3の倍数になります。

$$39=11+13+15$$

40

整数列大辞典
$A001221$

40は合成数です。

$$40=2^3\times 5$$

素因数は2と5の2つあります。40の素因数が2つあることをω(オメガ)を用いて

$$\omega(40)=2$$

と表します。

素因数の和	$A008472$
素因数の積	$A007947$

41

整数列大辞典
$A003060$

41の逆数は循環節の長さ5の循環小数になります。循環節の長さ5の最小の数です。

$$\frac{1}{41}\fallingdotseq 0.\dot{0}243\dot{9}\cdots$$

長さ	数	長さ	数	長さ	数
1	3	5	41	9	81
2	11	6	7	10	451
3	27	7	239	11	21649
4	101	8	73	12	707

42

整数列大辞典
*A*000108

42はカタラン数です。異なる道の選び方の総数です。

$$C_5 = 42 = \frac{7\times8\times9\times10}{1\times2\times3\times4\times5}$$

$$C_n = \frac{(2n)!}{(n+1)!\,n!}$$

1				
1	2			
1	3	5		
1	4	9	14	
1	5	14	28	42

「パスカルの三角形に共通するものがあります。」(Oz)

43

整数列大辞典
*A*060888

43は初項1, 公比 -2 の等比数列の和の第7項です。

$$43 = 1-2+4-8+16-32+64$$
$$= \frac{2^7+1}{2+1}$$

数列	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
等比数列	1	-2	4	-8	16	-32	64
和	1	-1	3	-5	11	-21	43

「43は初項1, 公比 -7 の第3項にも登場します。」(Oz)

$$43 = 1-7+49$$
$$= \frac{7^3+1}{7+1}$$

44

整数列大辞典
*A*000166

44は i 番目が i でないという完全順列の5番目の場合の数で, モンモール数といいます。

n	数	n	数	n	数
1	0	4	9	9	1854
2	1	5	44	10	14833
3	2	6	265	11	133496

「5人でプレゼント交換したとき, 全員が自分のプレゼントでない場合は $5! = 120$ 通りのうち44通りしかないということです。」(Oz)

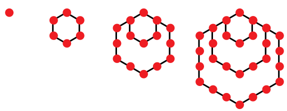
$\boxed{45}$

整数列大辞典
A000384

45 は 4 番目の六角数です。六角数は奇数番目の三角数です。

$$H_n = 2n^2 - n$$

n	数	n	数	n	数	n	数
1	1	5	45	9	153	13	325
2	6	6	66	10	190	14	378
3	15	7	91	11	231	15	435
4	28	8	120	12	276	16	496



$\boxed{46}$

整数列大辞典
A048242

46 は過剰数(約数の和が自身の 2 倍よりも大きくなる数)の和で表せない偶数のうち最大の数です。表せない偶数は15個あります。

$2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 26, 28, 34, 46$

奇数の最大は 20161 です。(90参照)

$\boxed{47}$

整数列大辞典
A087908
A162291

47は3次で係数が$mod\,2$ (± 1) の整数係数のモニック多項式 $n^3 - n^2 - 1$ で表せます。

$$47 = 4^3 - 4^2 - 1$$

n	数	n	数	n	数
1	-1	6	179	11	1209
2	3	7	293	12	1583
3	17	8	447	13	2027
4	47	9	647	14	2547
5	99	10	899	15	3149

「青字はこの形の素数です。」(Oz)

48

整数列大辞典 $A045991$

48は3次で係数が$mod\,2$ (± 1)の整数係数のモニック多項式$n^3 - n^2$で表せます。

$$48 = 4^3 - 4^2$$

n	数	n	数	n	数
1	0	6	180	11	1210
2	4	7	294	12	1584
3	18	8	448	13	2028
4	48	9	648	14	2548
5	100	10	900	15	3150

「モニック多項式とは最高次数の係数が 1 の多項式です。」(Oz)

49

整数列大辞典 $A045882$

49は$k=2$のk-多冪数です。そして両隣もk-多冪数となる最小の数です。

連続個数	数	整数列大辞典
1	4	$A013929$
2	8 – 9	$A068781$
3	48 – 50	$A070258$
4	242 – 245	$A070284$
5	844 – 848	$A078144$
6	22020 – 22025	$A049535$
7	217070 – 217076	$A077640$

50

統計に偏差値があります。数値が母集団の中でどれくらいの位置にいるかを表した数です。(得点 – 平均点)÷(標準偏差)$\times 10 + 50$で求めます。50は平均値，偏差値が$40 \leqq X \leqq 60$のとき全体の約68％，$30 \leqq X \leqq 70$のとき全体の約95％です。

51

整数列大辞典
*A*000079

厚さ 0.1 ㎜の紙を 51 回折ると太陽まで届きます。太陽までの距離は1億 5 千万kmです。10 回折ると約 10 ㎝, 20 回で約 100 m,30 回折ると約 100 km, 40 回で約 10 万 km, 50 回折ると約 1 億 km,次折ると太陽を通り過ぎます。月までは 42 回です。

52

整数列大辞典
*A*015001

52 は初項 1, 公比 3 の等比数列の和の総乗の第 3 項です。

数列	$a_1, a_2, a_3,\ \ a_4\ \ ,\cdots$
等比数列	1 , 3 , 9 , 27 ,⋯
和	1 , 4 ,13, 40 ,⋯
和の総乗	1 , 4 , 52, 2080,⋯

初項 1, 公比 r の等比数列の和の総乗の第 3 項 a_3 の一般項は

$a_3 = (r+1)(r^2+r+1)$

です。

53

整数列大辞典
*A*188377

53は3次で係数が$mod\,2$ (±1) の整数係数のモニック多項式 n^3-n^2+n+1 で表せます。

$$53 = 4^3 - 4^2 + 4 + 1$$

n	数	n	数	n	数
1	2	6	187	11	1222
2	7	7	302	12	1597
3	22	8	457	13	2042
4	53	9	658	14	2563
5	106	10	911	15	3166

「青字はこの形の素数です。」(Oz)

54

整数列大辞典 $A046099$

素因数分解したとき指数部分が3以上になる数を「3-多冪数」といいます。(52, 96参照)

$$54 = 2 \times 3^3$$

順	数	順	数	順	数	順	数
①	8	⑧	54	⑮	96	㉒	135
②	16	⑨	56	⑯	104	㉓	136
③	24	⑩	64	⑰	108	㉔	144
④	27	⑪	72	⑱	112	㉕	152
⑤	32	⑫	80	⑲	120	㉖	160
⑥	40	⑬	81	⑳	125	㉗	162
⑦	48	⑭	88	㉑	128	㉘	168

55

55 は 10 番目の三角数です。多角数定理というものがあります。
「すべての数は高々 n 個の n 角数で表すことができる。」
ようするにすべての数が三角数 3 個以下の和で表すことができるのです。(92参照)

56

整数列大辞典 $A000292$

56 は 6 番目までの三角数の和で三角錐数です。

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k(k+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

n	数	n	数	n	数	n	数
1	1	6	56	11	286	16	816
2	4	7	84	12	364	17	969
3	10	8	120	13	455	18	1140
4	20	9	165	14	560	19	1330
5	35	10	220	15	680	20	1540

57

整数列大辞典 *A072692*

57 は $a^0+a^1+a^2$ で表せる数です。数100と密接な性質を発見したので書き留めておきます。

$$57 = 7^0+7^1+7^2$$
$$= 2^5+5^2$$

2^n+n^2 に $n=6$ を代入すると100になります。

$$57^2 = \sum_{k=1}^{100} \sigma(k) - \sum_{k=1}^{100} k$$

(σ は約数関数です。)

58

整数列大辞典 *A131687*

月 (Month) と日 (Day) を MMDD にした数を考えるとき素数日は58日あります。

月	日数	月	日数	月	日数
1	7	5	4	9	4
2	3(4)	6	5	10	5
3	5	7	4	11	5
4	4	8	6	12	6

(閏年は 59 日)

「1 年は素数で始まり素数で終わります。年度も同様です。素数日から始まる月は 1月,4月,6月,7月,12月です。」(Oz)

59

整数列大辞典 *A126420*
A116581

59は3次で係数が$mod\,2$ (±1)の整数係数のモニック多項式 n^3-n-1 で表せます。

$$59 = 4^3-4-1$$

n	数	n	数	n	数
1	-1	6	209	11	1319
2	5	7	335	12	1715
3	23	8	503	13	2183
4	59	9	719	14	2729
5	119	10	989	15	3359

「青字はこの形の素数です。」(Oz)

60

整数列大辞典
A013929

素因数分解したとき指数部分が2以上になる数を「2-多冪数」といいます。(54, 96参照)

$$60=2^2\times3\times5$$

順	数	順	数	順	数	順	数
①	4	⑧	24	⑮	44	㉒	56
②	8	⑨	25	⑯	45	㉓	60
③	9	⑩	27	⑰	48	㉔	63
④	12	⑪	28	⑱	49	㉕	64
⑤	16	⑫	32	⑲	50	㉖	68
⑥	18	⑬	36	⑳	52	㉗	72
⑦	20	⑭	40	㉑	54	㉘	75

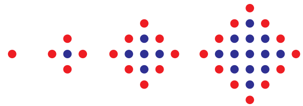
61

整数列大辞典
A001844
A027862

61は6番目の中心つき四角数です。正方形上に順に点を取っていったときの総数です。

$$C_{4,n}=n^2+(n-1)^2$$

n	数	n	数	n	数	n	数
1	1	4	25	7	85	10	181
2	5	5	41	8	113	11	221
3	13	6	61	9	145	12	265



62

整数列大辞典
A000796

ドイツの数学者ルドルフ・ファン・コーレン(1540-1610)は正2^{62}角形を用いて円周率を小数点以下35桁まで正しく求めました。この功績からドイツでは円周率のことをルドルフ数といいます。彼の墓にはこの円周率の値が刻まれています。

63　整数列大辞典 $A045762$

63 は 2^n-1 で表せるメルセンヌ数です。

$$63=2^6-1$$

この数が素数になるとメルセンヌ素数といいます。以下は素数にならない n の値です。

順	n	順	n	順	n	順	n
①	1	④	8	⑦	11	⑩	15
②	4	⑤	9	⑧	12	⑪	16
③	6	⑥	10	⑨	14	⑫	18

64　整数列大辞典 $A006125$

64 は初項 1, 公比 2 の等比数列の第 4 項までの総乗です。

$$\begin{aligned}64&=1\times2\times4\times8\\&=\prod_{k=1}^{4}2^{k-1}\\&=2^{\frac{4\times(4-1)}{2}}\end{aligned}$$

総乗の記号 $\prod$ は大学で学習します。」(Oz)

65　整数列大辞典 $A126647$

65 は 5×5 の魔方陣の列の和です。$k\times k$ の奇数魔方陣の中央の数 M は $\dfrac{k^2+1}{2}$, 列の和は kM になります。

25	1	23	6	10
12	14	3	20	16
2	24	13	8	18
11	7	21	9	17
15	19	5	22	4

66

整数列大辞典
*A*000217

66 は 11 番目の三角数です。三角数の逆数の総和は 2 になる性質があります。

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\cdots=2$$

他の数の逆数の総和では三角錐数が $\frac{3}{2}$ に平方数が $\frac{\pi^2}{6}$ に収束することが知られています。

67

整数列大辞典
*A*182332

67は3次で係数が $mod\, 2$ (±1) の整数係数のモニック多項式 n^3+n-1 で表せます。

$$67=4^3+4-1$$

n	数	n	数	n	数
1	1	6	221	11	1341
2	9	7	349	12	1739
3	29	8	519	13	2209
4	67	9	737	14	2757
5	129	10	1009	15	3389

「青字はこの形の素数です。整数列大辞典には元数列が無くて素数のみの数列があります。」(Oz)

68

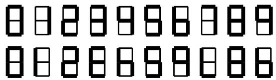
10^{68} は無量大数,漢字で表す数の単位の最大です。

単位	数	単位	数	単位
一	10^{16}	京(けい)	10^{44}	載(さい)
十	10^{20}	垓(がい)	10^{48}	極(ごく)
百	10^{24}	秭(し)	10^{52}	恒河沙(ごうがしゃ)
千	10^{28}	穣(じょう)	10^{56}	阿僧祇(あそうぎ)
万	10^{32}	溝(こう)	10^{60}	那由他(なゆた)
億	10^{36}	澗(かん)	10^{64}	不可思議(ふかしぎ)
兆	10^{40}	正(せい)	10^{68}	無量大数(むりょうたいすう)

69

整数列大辞典
A018846

69 は 180° 回転しても 69 になります。7 セグメントディスプレイ表示で点対称な数は



0 と 2 と 5 と 8 です。6 は 9 に 9 は 6 に入れ替わってしまいます。2 桁の数は 22, 55, 69, 88, 96 の 5 つです。

70

整数列大辞典
A002998

70 は27番目のハーシャッド数です。基数7では 2 番目です。(84参照)

基数	1番目	2番目	3番目	4番目	5番目
1	1	10	100	1000	10000
2	2	20	110	200	1010
3	3	12	21	30	102
4	4	40	112	220	400
5	5	50	140	230	320
6	6	24	42	60	114
7	7	70	133	322	511
8	8	80	152	224	440
9	9	18	27	36	45
10	190	280	370	460	550

71

整数列大辞典
A028387
A002327

71は2次で係数が $mod\,2$ (±1) の整数係数のモニック多項式 n^2+n-1 で表せます。

$$71=8^2+8-1$$
$$=9^2-9-1$$

n	数	n	数	n	数
1	1	6	41	11	131
2	5	7	55	12	155
3	11	8	71	13	181
4	19	9	89	14	209
5	29	10	109	15	239

「青字はこの形の素数です。」(Oz)

72

整数列大辞典
A024670
A113958

72 は異なる 2 つの立方数の和 1 通りで表せる 5 番目の数です。

$$72 = 2^3 + 4^3$$

順	数	順	数	順	数	順	数
①	9	⑥	91	⑪	217	⑯	344
②	28	⑦	126	⑫	224	⑰	351
③	35	⑧	133	⑬	243	⑱	370
④	65	⑨	152	⑭	280	⑲	407
⑤	72	⑩	189	⑮	341	⑳	468

(赤字は三角数です。)

「2 通りの最小は 1729 です。」(Oz)

73

整数列大辞典
A060833

73 は n^6+n^3+1 で表せます。

$$\begin{aligned} 73 &= 8^2+8+1 \\ &= 2^6+2^3+1 \end{aligned}$$

a	数	a	数
1	3	4	4161
2	73	5	15751
3	757	6	46873

「n^2+n+1 の式をみていたら変形できることに気づきました。今まで気づかなかった自分がアホに思えました。」(Oz)

74

整数列大辞典
A003587

74 をローマ数字で表すと LXXIV となります。ローマ数字は I, V, X, L, C, D, M がそれぞれ 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000 を表します。現代の一般的な表記法では，1 以上 3999 以下の数を表せます。3999 は MMMCMXCIX となります。

$\boxed{75}$

75 を作る平方和は素数で表せます。

$75 = 1^2+2^2+3^2+5^2+6^2$

$= (\frac{3-1}{2})^2+(\frac{5-1}{2})^2+\cdots+(\frac{13-1}{2})^2$

(377, 658, 2019参照)

「立方和は377, 4乗和は2019です。またこの分数式に次の素数を加えると139です。また − を + に変えると平方和は 114, 立方和は 658, 4 乗和は4050です。」(Oz)

$\boxed{76}$

55 で紹介した多角数定理を説明しましょう。

$76 = 21+55$

三角数の場合には 3 個以下ですべての自然数が表せる定理です。k 番目の m 角数は以下の数式で表されます。

$$\frac{(m-2)k^2-(m-4)k}{2}$$

「これはこれで美しい。」(Oz)

$\boxed{77}$ 整数列大辞典 *A039752*

数にはいろいろな数があります。この 77 は次の78とペアでルース=アーロン・ペアと呼ばれています。性質は連続する整数で素因数の和が等しい数をいいます。

$77 = 7\times 11$

$78 = 2\times 3\times 13$

となり,どちらも素因数の和は 18 になります。

78

整数列大辞典
A000217

78 は 1〜12 までの和で三角数です。高校の数列でシグマ Σ を学習します。これは

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_k$$

で定義されます。

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

は大切な公式ですね。

79

整数列大辞典
A003777

79は3次で係数が $mod\,2$ (± 1) の整数係数のモニック多項式 n^3+n^2-1 で表せます。

$$79 = 4^3 + 4^2 - 1$$

n	数	n	数	n	数
1	1	6	251	11	1451
2	11	7	391	12	1871
3	35	8	575	13	2365
4	79	9	809	14	2939
5	149	10	1099	15	3599

「青字はこの形の素数です。整数列大辞典にはこの形の素数列はありません。」(Oz)

80

整数列大辞典
A003592

$\frac{1}{80} = 0.0125$ と有限小数で表せます。逆数が有限小数となる 100 以下の数は 14 個です。

$2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25,$
$32, 40, 50, 64, 80, 100$

有限小数となる数は素因数分解すると必ず $2^a \times 5^b$ の形になります。(a, b は 0 以上の整数)

$$80 = 2^4 \times 5^1$$

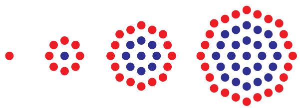
81

整数列大辞典
A016754

81 は 5 番目の中心つき八角数です。正八角形上に順に点を取っていったときの総数です。

$$C_{8,n}=(2n-1)^2$$

n	数	n	数	n	数	n	数
1	1	4	49	7	169	10	361
2	9	5	81	8	225	11	441
3	25	6	121	9	289	12	529



82

整数列大辞典
A009003

82 はピタゴラス数です。

$$82^2=18^2+80^2$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0			○	○	◉	○	○	○	○	◉
10	○	○	◉	○	◉	○	●	○		◉
20	○			○	◉	●	○	○	●	◉
30		○	○	●	◉	○	●		◉	◉
40	●	○		○	◉			○		●
50	◉	◉	●	○	◉	○	○	●		◉
60	●		○	○	◉			◉		◉
70		○	●	●	◉	○	○	●		◉
80		●		○	◉		●		●	●
90	●				●	○	●			●

(○:右辺に出現　●:左辺に出現)

83

整数列大辞典
A156018

83は3次で係数が$mod\,2$ (±1) の整数係数のモニック多項式n^3+n^2+n-1で表せます。

$$83=4^3+4^2+4-1$$

n	数	n	数	n	数
1	2	6	257	11	1462
2	13	7	398	12	1883
3	38	8	583	13	2378
4	83	9	818	14	2953
5	154	10	1109	15	3614

「青字はこの形の素数です。整数列大辞典には元数列が無くて素数のみの数列があります。」(Oz)

84

84 は 1 次方程式を作る「ディオファントスの墓碑銘」の問題の解です。古代ギリシアの数学者ディオファントス(詳細不明推定没年 284 年-298 年) の墓碑銘に刻まれた文を方程式で解くと 84 歳で亡くなったことがわかります。
(著：Nagano)

85

整数列大辞典
A272571

85は4次で係数が$mod\,2$ (±1) の整数係数のモニック多項式 n^4+n+1 で表せます。

$$85=3^4+3+1$$

n	数	n	数
1	3	6	1303
2	19	7	2409
3	85	8	4105
4	261	9	6571
5	631	10	10011

「青字はこの形の素数です。整数列大辞典には元数列が無くて素数のみの数列があります。」(Oz)

86

整数列大辞典
A027575

$$86=3^2+4^2+5^2+6^2$$

連続平方和を調べていたらすごい数に出会いました。

$$2030=25^2+26^2+27^2$$
$$=21^2+22^2+23^2+24^2$$

順	数	3連続	4 連続
①	2030	25番目	21番目
②	393134	361番目	312番目
③	76265294	5041番目	4365番目

「8 つみつけ最大は 20 桁の数でした。」(Oz)

87

すべての自然数は連続しないフィボナッチ数の和で表せるという性質があります。ゼッケンドルフの定理といいます。

87＝3+8+21+55

「フィボナッチ数ってやっぱりすごいよな〜。」(Oz)

88

88 は数学における数の代表。というのは数学の数という漢字が米,女,文にわけられ,米が数 (米を作る八十八),女が図形 (女性を形作るなめらかな線または美しさ),文は考える (文は考えなければできない) に対応しているからです。

89

整数列大辞典
*A*000045

89は フィボ ナッチ 数 です。フィボナッチ数に関する問題に階段問題があります。

「n 段の階段を 1 段または 2 段ずつ昇るとき,昇り方は何通りあるか？」

1 段は 1 通り, 2 段は 2 通り,3 段は 3 通り,4 段は 5 通りとフィボナッチ数が表れます。

$89 = 8^1 + 9^2$ (135参照)

90

整数列大辞典 A025417

90は異なる4つの数の平方和2通りで表せる最小の数です。(65参照)

$$90 = 1^2+2^2+6^2+7^2$$
$$= 1^2+3^2+4^2+8^2$$

n通り	最小数	n通り	最小数
1	30	6	174
2	90	7	190
3	78	8	210
4	142	9	286
5	126	10	351

91

整数列大辞典 A047696

91は2つの整数の立方和2通りで表せる最小の数です。キャブタクシー数といいます。

$$91 = 3^3+4^3$$
$$= 6^3+(-5)^3$$

「数が自然数の範囲で成り立つときタクシー数といい2通りの最小は1729です。」(Oz)

(1729参照)

92

整数列大辞典 A013929

92は2^2で割り切れます。k^2で割り切れる数をk-多冪(たべき)数といいます。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		○	○	2	○		○	2	3	
10	○	2	○			2	○	3	○	2
20			○	2	5		3	2	○	●
30	○	2				2·3	○			2
40	○	●	○	2	3		○	2	7	5
50		2	○	3		2			○	2
60	○		3	2		●	○	2		●
70	○	2·3	○		5	2		●	○	3
80	3		○	2				2	○	3
90		2				2	○	7	3	2·5

(○…素数, ●…楔数)

93

整数列大辞典
$A008585$

93は3の倍数です。3の倍数は各位の和が3の倍数になるかで判断できます。$9+3=12$, $1+2=3$となって3が3の倍数なので93も3の倍数です。

aを10, bを1の位とし

$$\begin{aligned}10a+b&=9a+a+b\\&=3\times3a+(a+b)\end{aligned}$$

と変形できます。

94

整数列大辞典
$A001358$

$94=2\times47$より素数だけの積で表せることから半素数です。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		○	○	●	○	●	○		●	●
10	○		○	●	●		○		○	
20	●	●	○		●	●			○	
30	○		●	●	●		○	●	●	
40	○		○			●	○		●	
50	●		○		●		●	●	○	
60	○	●			●		○		●	
70	○		○	●			●		○	
80		●	○		●	●	●		○	
90	●		●	●	●		○			

(○…素数, ●…半素数)

95

整数列大辞典
$A152015$

95は3次で係数が$mod\,2$ (±1)の整数係数のモニック多項式n^3-n^2-nで表せます。

$$95=5^3-5^2-5$$

n	数	n	数	n	数
1	-1	6	174	11	1199
2	2	7	287	12	1572
3	15	8	440	13	2015
4	44	9	639	14	2534
5	95	10	890	11	3135

「青字はこの形の素数です。」(Oz)

96

整数列大辞典
A046101

素因数分解したとき指数部分が 4 以上になる数を「4 - 多冪数」といいます。(52, 54参照)

$$96 = 2^5 \times 3$$

順	数	順	数	順	数	順	数
①	16	⑨	144	⑰	243	㉕	352
②	32	⑩	160	⑱	256	㉖	368
③	48	⑪	162	⑲	272	㉗	384
④	80	⑫	176	⑳	288	㉘	400
⑤	81	⑬	192	㉑	304	㉙	405
⑥	96	⑭	208	㉒	320	㉚	416
⑦	112	⑮	224	㉓	324	㉛	432
⑧	128	⑯	240	㉔	336	㉜	448

97

整数列大辞典
A262925

97 は 2 つの数の 4 乗和で表せます。n からの n 連続整数の 4 乗和で表せる数です。

$$97 = 2^4 + 3^4$$

n	数	n	数
1	1	4	4578
2	97	5	14979
3	962	6	38995

「調子にのって n からの n 連続整数の n 乗和を調べたら整数列大辞典にありませんでした。」(Oz)

98

整数列大辞典
A001105

98 は $2n^2$ で表せます。

$$98 = 2 \times 7^2$$

n	数	n	数	n	数
1	2	6	72	11	242
2	8	7	98	12	288
3	18	8	128	13	338
4	32	9	162	14	392
5	50	10	200	16	450

「この98で「数学の数 2」も 1〜100 まで埋まりました。確実に数に対する見方が柔らかくなってきています。」(Oz)

99

整数列大辞典 $A000466$

99 は $4n^2-1$ で表せる数です。

$$99 = 4\times 5^2 - 1$$
$$= 9\times 11$$
$$4n^2 - 1 = (2n-1)(2n+1)$$

n	数	n	数	n	数
1	3	8	255	15	899
2	15	9	323	16	1023
3	35	10	399	17	1155
4	63	11	483	18	1295
5	99	12	575	19	1443
6	143	13	675	20	1599
7	195	14	783	21	1763

100

整数列大辞典 $A001551$

100 は $1^n+2^n+3^n+4^n$ で表すことができます。

$$100 = 1^3+2^3+3^3+4^3$$

n	数	整数列大辞典
1	10	$A000217$
2	30	$A000330$
3	100	$A000537$
4	354	$A000538$
5	1300	$A000539$
6	4890	$A000540$

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \Big(\sum_{k=1}^{n} k\Big)^2$ より

$$1^3+2^3+3^3+4^3 = 10^2$$

101

整数列大辞典
A002113
A002385

101は3桁で最小の回文数です。回文数とは逆から並び替えても元の数と同じになる数です。

順	数	順	数	順	数	順	数
⑩	11	⑰	88	㉔	151	㉛	222
⑪	22	⑱	99	㉕	161	㉜	232
⑫	33	⑲	101	㉖	171	㉝	242
⑬	44	⑳	111	㉗	181	㉞	252
⑭	55	㉑	121	㉘	191	㉟	262
⑮	66	㉒	131	㉙	202	㊱	272
⑯	77	㉓	141	㉚	212	㊲	282

「回文の"しんぶんし"と同じ意味の数で，青字は回文素数です。」(Oz)

105

整数列大辞典
A002415

105 は 5 番目までの四角錐数を加えた数です。

$$105=\frac{5\times6^2\times7}{12}$$

n	数	n	数	n	数
1	1	5	105	9	825
2	6	6	196	10	1210
3	20	7	336	11	1716
4	50	8	540	12	2366

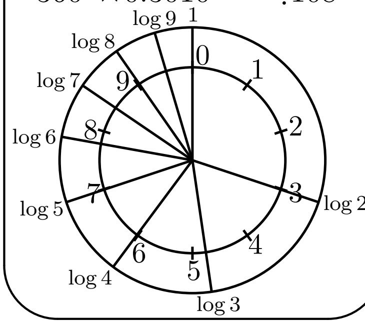
$$S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
$$=\frac{n(n+1)^2(n+2)}{12}$$

108

整数列大辞典
A007524

常用対数$\log_{10}2$は数円で表すと中心角は108°です。(1024参照)

$360^\circ\times0.3010\cdots\fallingdotseq108^\circ$



121

整数列大辞典
*A*003590

$(a+b)^2$ の展開式の係数に 121 の数の列が出現します。(16, 70参照)

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$

$$11\times 11 = 121$$

$$(a+b)^3 = a^2+3a^2b+3ab^2+b^2$$

$$121\times 11 = 1331$$

「$(a+b)^4$ は 1331×11 で求めることができ14641になります。パスカルの三角形の n 段を P_n とすると $P_{n+1} = 11P_n$ ということです。ただし 6 段目以降は位上がりがあるので一致しません。」(Oz)

133

3番目の完全数496の各位の平方和は133です。

$$\mathbf{4}^2+\mathbf{9}^2+\mathbf{6}^2 = 133$$

4番目の完全数8128の各位の平方和も133です。

$$\mathbf{8}^2+\mathbf{1}^2+\mathbf{2}^2+\mathbf{8}^2 = 133$$

「各位の和もともに19です。」(Oz)

135

整数列大辞典
*A*032799

おもしろい数をみつけました。$a^1+b^2+c^3$ が $100a+10b+c$ となる数です。例えば

$$135 = 1^1+3^2+5^3$$

とできます。

順	数	順	数	順	数
⑩	89	⑬	518	⑯	1676
⑪	135	⑭	598	⑰	2427
⑫	175	⑮	1306	⑱	2646798

「この数は 1 桁の数を除くと 10 個しかないことが証明されているようです。」(Oz)

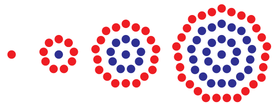
136

整数列大辞典 A060544

55 は 4 番目の中心つき九角数です。正九角形上に順に点を取っていったときの総数です。

$$C_{9,n}=\frac{9n^2-9n+2}{2}$$

n	数	n	数	n	数	n	数
1	1	4	55	7	190	10	406
2	10	5	91	8	253	11	496
3	28	6	136	9	325	12	595



145

整数列大辞典 A014080

145 は各位の階乗和が自身になる 3 番目の数です。

$$145=1!+4!+5!$$

「数(すう)の事典 D・ウェルズ著から引用しました。前が1, 2, 次が40585の4つしかありません。」(Oz)

153

整数列大辞典 A005188

153 は n 桁の自然数において各桁の n 乗の和が元の数になるナルシシスト数です。1 桁の数を除くと最小です。

$$153=1^3+5^3+3^3$$

順	数	順	数	順	数
⑩	153	⑬	407	⑯	9474
⑪	370	⑭	1634	⑰	54748
⑫	371	⑮	8208	⑱	92727

「1桁の数を含め全部で88個あり，最大は 39 桁の数です。」(Oz)

(4150参照)

157

整数列大辞典 $A019669$

157×10^{-2} は $\dfrac{\pi}{2}$ の数字列です。(314参照)

数	数字列	整数列大辞典
$\frac{\pi}{6}$	$0.523\cdots$	$A019693$
$\frac{\pi}{4}$	$0.785\cdots$	$A003881$
$\frac{\pi}{3}$	$1.047\cdots$	$A019670$
$\frac{\pi}{2}$	$1.570\cdots$	$A019669$
$\frac{2\pi}{3}$	$2.094\cdots$	$A019693$
$\frac{3\pi}{4}$	$2.356\cdots$	$A177870$
$\frac{5\pi}{6}$	$2.617\cdots$	$A019679$

「$\frac{\pi}{12}$ の10倍が $\frac{5\pi}{6}$ です。」(Oz)

159

整数列大辞典 $A003261$ $A050918$

159 は $n\times2^n-1$ で表せます。

$$159=5\times2^5-1$$

この形で表せる数をウッダル数といい素数のときウッダル素数といいます。(Woodall prime)

n	数	n	数
2	7	6	383
3	23	7	895
4	63	8	2047
5	159	9	4607

160

整数列大辞典 $A036289$

160 が数の違った美しさに気づかせてくれました。

$$160=5\times2^5$$

$n\times2^n$ の形で表せる5番目の数です。

n	数	n	数	n	数
1	2	4	64	7	896
2	8	5	160	8	2048
3	24	6	384	9	4608

(324参照)

180

整数列大辞典 A108552

180は連続整数を使った以下の式で表せます。

$$180=\frac{1\times2\times3\times4\times5\times6\times7}{1+2+3+4+5+6+7}$$

n	数	n	数
1	1	7	180
3	1	8	1120
5	8	9	8064

$$a_n=\frac{n\,!}{\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k}=\frac{2(n-1)\,!}{n+1}$$

「MMDD で唯一あるのは 11 月 20 日か…。」(Oz)

190

整数列大辞典 A119977

190は3つの数の立方和で表せる三角数です。

$$190=3^3+9^3+10^3$$

順	数	順	数	順	数	順	数
①	3	⑤	66	⑨	253	⑬	820
②	10	⑥	136	⑩	378	⑭	946
③	36	⑦	153	⑪	496	⑮	1035
④	55	⑧	190	⑫	528	⑯	1128

「完全数の496と8128が異ならない3つの数の立方和になるので,3つの数が同じか異なるかはたいした問題ではありません。」(Oz)

196

整数列大辞典 A023108

ある数とその数を逆順にした数を加えるということを繰り返したときほとんどの数が回文数になります。ならない最小の数が196です。

$$196+691=887$$

「MMDD の数はすべて回文数になる数です。電卓で自分の誕生日の MMDD が何回で回文数になるか挑戦できます。8月29日か9月28日生まれの人は超ラッキーです。11 回計算できます。」(Oz)

202
整数列大辞典
A134970
A193409

202は回文数で真ん中の数は両側の数より小さいです。このことからCanyon Number(キャニオン)(峡谷数) と名付けられています。1 つ違いの 212 は**Crater**(クレイター)です。

「色々な名前の数があるんですね。日本語訳は凹数がいいと思いました。逆のマウンテン数 (ギザ数) は凸数です。」(Oz)

(242参照)

210
整数列大辞典
A029549

210 は 20 番目の三角数でもあり 14 番目の矩形数です。

$$210 = 14 \times 15$$

順	数	三角数順	矩形数順
①	6	3	2
②	210	20	14
③	7140	119	84

「三角数の 2 倍が矩形数です。よってここで出てきた数は 2 で割ると三角数, 2 をかけると矩形数になります。」(Oz)

216
整数列大辞典
A018256

縦, 横, 斜めの積がそれぞれ等しくなるような 3×3 の魔方陣を作るとき, その積の最小は 216 になります。

2	9	12
36	6	1
3	4	18

「$216 = 2^3 \times 3^3$からその仕組みがわかりますか？」(Oz)

$\boxed{234}$

整数列大辞典 *A219205*

完全数を作る数式における $2^{n-1}\times(2^n-1)$ の定数部分 2 を変えるとどんな数が出現すると思いますか？

$$234=3^2\times(3^3-1)$$

m	数	整数列大辞典
3	$2, 24, 234, 2160$	*A219205*
4	3, 60, 1008	*A115490*
5	4, 120, 3100	
6	5, 210, 7740	
7	6, 336, 16758	
8	7, 504, 32704	

$\boxed{242}$

整数列大辞典 *A193407*
A134810

242は回文数で真ん中の数は両側の数より大きいです。このことからMountain(マウンテン) Numberと名付けられています。1つ違いの232は**Giza**(ギザ)です。(202参照)

「ギザはピラミッドがある地名です。とんがっているということでしょう。」(Oz)

$\boxed{248}$

整数列大辞典 *A171499*

248 は $2^n(2^{n+2}-1)$ の形で表せる数です。

$$\begin{aligned}248&=2^3\times(2^5-1)\\&=2^8-2^3\\&=4\times4^3-2^3\end{aligned}$$

この数は $4\cdot4^n-2^n$ の形に変形できます。

n	数	n	数
1	14	4	1008
2	60	5	4064
3	248	6	16320

272 整数列大辞典 $A063376$

272 は 2 の累乗数の和で表せます。

$$\begin{aligned}272 &= 4^4+2^4\\ &= 2^8+2^4\\ &= 2^4\times(2^4+1)\end{aligned}$$

$2^n\times(2^n+1)$ の形で表せる 4 番目の数です。

n	数	n	数	n	数
1	6	3	72	5	1056
2	20	4	272	6	4160

(756参照)

273 整数列大辞典 $A059826$

273 は n^4+n^2+1 で表せます。

$$273=4^4+4^2+1$$

この形は

$$(n^2+n+1)(n^2-n+1)$$

と因数分解できます。

n	数	n	数	n	数
1	3	5	651	9	6643
2	21	6	1333	10	10101
3	91	7	2451	11	14763
4	273	8	4161	12	20881

276 整数列大辞典 $A000384$

276 は 23 番目の三角数です。奇数番目の三角数は六角数です。

$$\begin{aligned}\frac{n(n+1)}{2} &= \frac{(2k-1)\{(2k-1)+1\}}{2}\\ &= k(2k-1)\end{aligned}$$

この k に $n+2$ を代入すると

$$\begin{aligned}&=(n+2)\{2(n+2)-1\}\\ &=\mathbf{2}n^2+\mathbf{7}n+\mathbf{6}\end{aligned}$$

完全数は奇数番目の三角数なので

$$\begin{aligned}28&=\mathbf{2}\cdot 2^2+\mathbf{7}\cdot 2+\mathbf{6}\\ 496&=\mathbf{2}\cdot 14^2+\mathbf{7}\cdot 14+\mathbf{6}\\ 8128&=\mathbf{2}\cdot 62^2+\mathbf{7}\cdot 62+\mathbf{6}\end{aligned}$$

「$n=0$ のときは最小の完全数 6 です。久しぶりに美しい式を発見！231 も同じ性質をもちます。」(Oz)

288

整数列大辞典
A062917
A082994

288 は回文数でなく末桁が 0 でない数で逆順に並べた数との積が平方数になる 3 番目の数です。ただし**平方数でない数**では最小です。

$$288 \times 882 = 504^2$$

順	数	順	数	順	数
①	144	⑤	528	⑨	882
②	169	⑥	768	⑩	961
③	288	⑦	825	⑪	1089
④	441	⑧	867	⑫	1584

314

整数列大辞典
A000796

314×10^{-2} は円周率 π の近似値です。

数	数字列	整数列大辞典
π	3.141⋯	*A000796*
2π	6.283⋯	*A019692*
3π	9.424⋯	*A122952*
4π	12.566⋯	*A019693*
5π	15.707⋯	*A019669*
6π	18.849⋯	*A228719*
7π	21.991⋯	*A228721*
8π	25.132⋯	*A228824*
9π	28.274⋯	*A229939*

(3.14⋯, 157参照)

318

整数列大辞典
A049006

318 は円周率 π の逆数の数字列です。表は基本定数の逆数です。

$$\frac{1}{\pi} \fallingdotseq 0.3183098\cdots$$

数	数字列	整数列大辞典
$\frac{1}{\pi}$	0.318⋯	*A049541*
$\frac{1}{e}$	0.367⋯	*A068985*
$\frac{1}{\varphi}$	0.618⋯	*A094214*

(618, $\varphi-1$, $e\pi$参照)

324

整数列大辞典 A036290

324 は$n \times b^n$の形で表せる数です。(160参照)

$$324 = 4 \times 3^4$$

$b = 3$の4番目の数です。

b	数 $(n \geqq 2)$	整数列大辞典
3	$18, 81, 324, 1215, 4374$	A036289
4	$32, 192, 1024, 5120$	A018215
5	$50, 375, 2500$	A036291
6	$72, 648, 5184$	A036292
7	$98, 1029, 9604$	A036293
8	$128, 1536$	A036294
9	$162, 2187$	A158749
10	$200, 3000$	A126431

377

14番目のフィボナッチ数 377 が素数を使った数式で表せることに気づきました。

$$\begin{aligned} &377 \\ &= 1^3 + 2^3 + 3^3 + 5^3 + 6^3 \\ &= (\tfrac{3-1}{2})^3 + (\tfrac{5-1}{2})^3 + \cdots + (\tfrac{13-1}{2})^3 \end{aligned}$$

「2019がこの形の4乗和で表せることから気づきました。平方和は75です。この式が美しいと感じた方は数学のセンスあります。」(Oz)

384

整数列大辞典 A190577

384は4連続偶数の積で表せる数です。

$$384 = 2 \times 4 \times 6 \times 8$$

n	数	$n(n+2)(n+4)(n+6)$
1	105	$= 1 \times 3 \times 5 \times 7$
2	384	$= 2 \times 4 \times 6 \times 8$
3	945	$= 3 \times 5 \times 7 \times 9$
4	1920	$= 4 \times 6 \times 8 \times 10$
5	3465	$= 5 \times 7 \times 9 \times 11$
6	5760	$= 6 \times 8 \times 10 \times 12$
7	9009	$= 7 \times 9 \times 11 \times 13$
8	13440	$= 8 \times 10 \times 12 \times 14$

495

整数列大辞典 *A099009*

495 はカプレカ数といい,ある整数の桁を並べ直して最大の数と最小の数を作り,その差をとります。この操作を続けることによって得られる数です。

$$954-459=495$$

順	数	順	数
①	0	④	549945
②	495	⑤	631764
③	6174	⑥	63317664

504

整数列大辞典 *A000073*

504は11番目のトリボナッチ数です。(7参照)

数	トリボナッチ数考察
フィボナッチ数	$1, 2, 13$
三角数	1
四角数	$1, 4, 81, 3136, \cdots$
五角数	1
楔数	$105, 7473, \cdots$
ハーシャッド数	1,2,4,7,24,81,504,$\cdots$
$a^0+a^1+a^2$	$7, 13$
立方数	1
3連続平方和	$2, 149$
素数	$2, 7, 13, 149$

「504は完全数496の補数です。」(Oz)

618

整数列大辞典 *A094214*

618 は黄金比 φ の逆数の数字列で $\varphi-1$ に等しく, x^5-1はこの数で因数分解できます。

$$x^5-1=(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$$

$$(x^4+x^3+x^2+x+1)$$
$$=(x^2+(1-\varphi)x+1)(x^2+\varphi x+1)$$

この値は 2 次方程式

$$x^2+x-1=0$$

の解です。

$$\frac{1}{\varphi}=\varphi-1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$
$$\fallingdotseq 0.6180339\cdots$$

641

整数列大辞典 *A093179*

フェルマー数は F_5 で初めて合成数になり,その最小素因数は641です。

$$F_5 = 2^{2^5}+1 = 4294967297 = 641 \times 6700417$$

F_0	3	prime
F_1	5	prime
F_2	17	prime
F_3	257	prime
F_4	65537	prime

「フェルマー (1607-1665) は F_5 を素数と予想しました。1732 年にオイラーが発見しました。」(Oz)

658

2019 が累乗和で表せることから 658 の美しさに気がつきました。

$$658 = 2^3+3^3+4^3+6^3+7^3 = (\tfrac{3+1}{2})^3+(\tfrac{5+1}{2})^3+\cdots+(\tfrac{13+1}{2})^3$$

「平方和は114に4乗和は4050になります。加法と減法どちらが美しいのか…。減法の方が奥が深そうでいい感じ。」(Oz)

756

整数列大辞典 *A074610*

756 は 3 の累乗数の和で表せます。

$$756 = 9^3+3^3 = 3^6+3^3 = 3^3\times(3^3+1)$$

$3^n\times(3^n+1)$ の形で表せる 3 番目の数です。

n	数	n	数
1	12	3	756
2	90	4	6642

(272参照)

1024 整数列大辞典 $A007524$

常用対数 $\log_{10} 2$ の近似値は $2^{10} = 1024$ から求められます。

$2^{10} = 1024 \fallingdotseq 1000 = 10^3$

$10 \log_{10} 2 \fallingdotseq 3$

$$\log_{10} 2 \fallingdotseq \frac{3}{10} = 0.3$$

$\log_{10} 3$ は $3^4 = 81 \fallingdotseq 80$,

$\log_{10} 7$ は $7^2 = 49 \fallingdotseq 50$

から近似できます。かなり正確です。(108参照)

1233 整数列大辞典 $A101311$

1233 を作る 12 と 33 の平方和が元の数になる性質をもつ数です。

$$12^2 + 33^2 = 1233$$

順	数	順	数
①	1	④	10100
②	1233	⑤	990100
③	8833	⑥	5882353

1243 整数列大辞典 $A008593$

偶数桁の和と奇数桁の差が 11 の倍数になるとその数は 11 の倍数になります。

$$1243 = 11 \times 113$$

11 の倍数は逆に並び替えても 11 の倍数となる性質があります。

$$3421 = 11 \times 311$$

「証明は省略しますが, 中学 3 年生のやや難しい程度の問題です。」(Oz)

1729

整数列大辞典 *A011541*

1729は不思議な数です。

$$1729 = 1^3 + 12^3$$
$$= 9^3 + 10^3$$

インドの数学者シュリニヴァーサ・ラマヌジャンの逸話からタクシー数といいます。もう 1 つ

$$1729 \to 1+7+2+9 = 19$$
$$19 \times 91 = 1729$$

この数は 4 つあり他には 1, 81, 1458 です。

(整数列大辞典:*A110921*)

1984

整数列大辞典 *A059153*

1984 の素因数分解形から美しい数を発見しました。

$$1984 = 2^6 \times 31$$
$$= 2^6 \times (2^5 - 1)$$

$2^{n+1} \times (2^n - 1)$ の形で表せる 5 番目の数です。

n	数	n	数
1	4	4	480
2	24	5	1984
3	112	6	8064

2016

整数列大辞典 *A144858*

2016 は完全数を作る数式 $2^{n-1}(2^n-1)$ において倍積完全数にならない最小の数です。以下の数はこの形で倍積完全数にならない数です。

n	$2^{n-1}(2^n-1)$	約数の和
6	2016	6552
8	32640	110160
9	130816	302512
11	2096128	4421520
12	8386560	5962320

「$\sigma(n) \div n$ は電卓で…。」(Oz)

$\boxed{2020}$

整数列大辞典 *A007089*

2020 は 3 進法の数とみたとき 60 です。

$$2\times 3^3+2\times 3=60$$

n進法	数	整数列大辞典
3	60	*A007089*
4	136	*A007090*
5	260	*A007091*
6	444	*A007092*
7	700	*A007093*
8	1040	*A007094*
9	1476	*A007095*

「136は三角数, 444はゾロ目, そして700。おもしろい！」(Oz)

$\boxed{2022}$

整数列大辞典 *A032607*

2022 年を表す数2022は黄金比 8 : 5 の特徴をもつ数です。黄金比 φ（ファイ）の近似値は 1618×10^{-3} で n と $n+2$ を並べた数で表せるからです。

$$1:\frac{1+\sqrt{5}}{2}\fallingdotseq 1:1.618033\cdots$$

「2022年2月22日は 2 の特異日だということにも気づきました。漢字で書いた方が特徴がつかみやすいかな？」(Oz)

$\boxed{2023}$

整数列大辞典 *A007093*

20世紀から21世紀になって西暦の 1 の位の数が数内の最大数を表すことが多くなり, 10 未満の n 進法で表した数として考える事ができるようになりました。

$$\begin{aligned}2023_{(7)} &= 2\times 7^3+0\times 7^2+2\times 7+3\\ &= 703\\ &= 26^0+26^1+26^2\end{aligned}$$

「以前は中学校でn進法を学習しましたが, 今は高校の数Aに移動しています。また2023は$n=20$のときのnと$n+3$を並べた数です。」(Oz)

2024

整数列大辞典 A014263

2024を作る数はすべて偶数です。2024はその数に含まれている数がすべて偶数である133番目の数です。

「2024が133番目から，意外と偶数だけで造られる数が少ないと感じました。21世紀になってからは7番目の数です。」(Oz)

$$\begin{aligned}2024 &= 45^2-1\\ &= (45-1)(45+1)\\ &= 44\times 46\\ &= 2^3\times 11\times 23\end{aligned}$$

2025

整数列大辞典 A061843

2025は三角数45の平方数です。

$$2025 = 45^2 = \sum_{k=1}^{9} k^3$$

各位に1を加えてできる数が平方数になる平方数です。

$$(\mathbf{2}+1), (\mathbf{0}+1), (\mathbf{2}+1), (\mathbf{5}+1)$$

$$\to 3136 = 56^2$$

「数(すう)の事典 D･ウェルズ著から引用しました。1つ前が25,次が13225です。」(Oz)

2401

整数列大辞典 A061210

累乗数がハーシャッド数になる数でハーシャッド数の基数と累乗を作る数が等しい数を探してみました。

順	数	基数	累乗形
		(A055575)	
①	1	1	1^1
②	2401	7	7^4
③	234256	22	22^4
④	390625	25	25^4
⑤	614656	28	28^4
⑥	1679616	36	36^4

3435

整数列大辞典 *A046253*

数の各桁のn^nの和が自身になる数が 1 と 3435 です。ただし 0 を含む数は 0^0 が定義できないので除外します。目立ちたがり屋の男爵の名前をとってミュンヒハウゼン数といいます。

$$3435 = 3^3 + 4^4 + 3^3 + 5^5$$

「書籍『数学が好きになる数の物語 100 話』から学びました。これはこれで美しいと感じました。」(Oz)

4150

整数列大辞典 *A003321*

4150 は各位の 5 乗和が自身になる最小の数です。(153参照)

$$4150 = 4^5 + 1^5 + 5^5 + 0^5$$

n乗	数	n乗	数
3	153	6	548836
4	1634	7	1741725
5	4150	8	24678050

「ナルシシスト数は n 桁の数で各位の n 乗和になる数ですから4150はナルシシスト数ではありません。」(Oz)

6920

自然数の範囲の連続する偶数と奇数の平方和において異なる組み合わせで表せる数です。

順	数	連続数	平方和の形
①	6920	3連続	$46^2+48^2+50^2$
		12連続	$12^2+\cdots+34^2$
②	7735	7連続	$27^2+\cdots+39^2$
		15連続	$7^2+\cdots+35^2$
③	8120	3連続	$50^2+52^2+54^2$
		4連続	$42^2+\cdots+48^2$

7260

三角数の中の三角数と感じた数を発見しました。三角数順で約数の個数が三角数個の三角数です。

数	順	約数の個数
1	1	1
7260	120	36
5250420	3240	120

「整数列大辞典になかったのが残念でした。」(Oz)

18782

数の語呂合わせには時として驚くことがあります。

$$\begin{array}{r} \overset{\text{いやなやつ}}{18782} \\ +)\,18782 \\ \hline \overset{\text{みなごろし}}{37564} \end{array}$$

「算数の授業でこの式を電卓の練習として紹介した教師は教育委員会からの厳重注意処分だそうです。大人げない…。そうそう電卓で $\boxed{\div}\boxed{=}$ とすると逆数が表示されることを知りました。」(Oz)

65536

整数列大辞典 *A051285*

巨大数は桁が多くなり表すのが困難になります。TEX の開発者クヌース教授は↑を使った数の表し方を開発しました。

$$65536 = 2^{2^{2^2}} = 2 \uparrow\uparrow 4$$

「$2 \uparrow\uparrow 5$ は約 2 万桁, $3 \uparrow\uparrow 4$ は約 3 兆桁の数です。」(Oz)

$\boxed{10^{24}}$

数学セミナー (2013 年 7 月号) から興味ある数をみつけました。

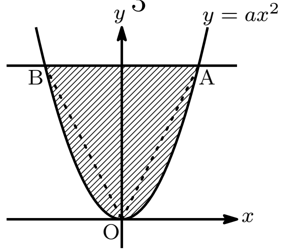
> 有史以来, 西暦 2000 年までに人類が行った演算の総数はおよそ 10^{24} 回と見積もられている。

「出典は『素数全書——計算からのアプローチ』とありました。どうやって調べたんでしょうね？」(Oz)
「図書館でリクエストして Get しました。アボガドロ数 (6.02×10^{23}) の 1 モル回だそうです。アボガドロ数って何だっけ？」(Oz)

$\boxed{\frac{4}{3}}$

整数列大辞典
A122553

放物線の接線と平行な直線で囲まれる面積は $\triangle$OAB の $\dfrac{4}{3}$ 倍です。



「点Oは接点です。紀元前の数学者アルキメデスが発見しました。」(Oz)

$\boxed{\frac{3}{2}}$

数学では帯分数は使用しません。

$$5\frac{1}{3}-3\frac{1}{3}=2$$

この式で $\dfrac{1}{3}$ を a として計算してみます。

$$\begin{aligned} 5a-3a &= 2a \\ &= 2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3} \end{aligned}$$

「帯分数は + を省略しています。だから積を省略する数学では使用しないのです。」(Oz)

$$\boxed{\frac{1}{3}}$$

整数列大辞典
$A122803$

発散する無限和の数列です。(−1参照)

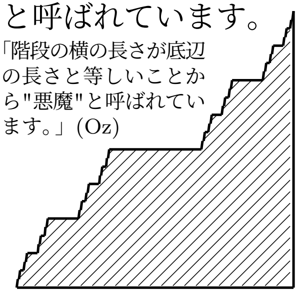
$$s = 1-2+4-8+\cdots$$
$$= 1-2(1-2+4-\cdots)$$
$$= 1-2s$$
$$s = \tfrac{1}{3}$$
$$1-2+4-8+\cdots = \tfrac{1}{3}$$
$$\sum_{k=0}^{\infty}(-2)^k = \frac{1}{1-(-2)} = \frac{1}{3}$$

「定義外の無限等比級数の和の公式に一致するところが…数学って不思議ですね。」(Oz)

$$\boxed{\frac{1}{3}}$$

下の図は「悪魔の階段」と呼ばれています。

「階段の横の長さが底辺の長さと等しいことから"悪魔"と呼ばれています。」(Oz)



$$\frac{1}{3}+\frac{2}{3^2}+\frac{2^2}{3^3}+\cdots=1$$

「無限等比級数を図形で表したものです。」(Oz)

$$\boxed{\frac{3}{8}}$$

整数列大辞典
$A059956$

$\frac{3}{8}$ は既約分数です。既約分数には両親がいるのを知っていますか？ $\frac{3}{8}$ の両親は $\frac{1}{3}$ と $\frac{2}{5}$ です。

$$\frac{3}{8} = \frac{1+2}{3+5}$$

「1〜10 までの数で分数を作るとき既約分数の数は 63 個です。この値は $\frac{6}{\pi^2}$ に収束します。また分母に 1〜10, 分子に 0〜10 で分母以下の数で分子が形成されるとき既約分数は 33 個です。」(Oz)

$\boxed{\dfrac{1}{243}}$

整数列大辞典 $A021247$

分数を小数で書き表したとき特異な数字列になる数があります。

$$\frac{1}{243} \fallingdotseq 0.004115226\cdots$$

上の小数は循環節27の循環小数ですが,3桁ごとに区切ると公差111の等差数列になっています。

「ファインマン(1918-1988)の著作で"quite cute"(かなりかわいい)と指摘しています。」(Oz)

$\boxed{\dfrac{35}{128}}$

整数列大辞典 $\dfrac{A001790}{A046161}$

醜いアヒルの子が白鳥になる式をニュートンは発見しました。二項級数と呼ばれています。この数は x^8 の係数です。一般項は $a_n = \dfrac{{}_{2n-1}\mathrm{C}_{n-1}}{2^{2n-1}}x^{2n}$ です。

$$\left(1+\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{8}x^4+\frac{5}{16}x^6+\cdots\right)^2$$
$$= 1+x^2+x^4+x^6+x^8+\cdots$$

「$|x| < 1$ のとき $\dfrac{1}{1-x^2}$ に収束します。」(Oz)

$\boxed{\dfrac{577}{408}}$

方程式$f(x) = 0$の近似値解はニュートン法が最適です。適当なグラフ上の点の接線が x 軸と交わる点を連続で求めます。$f(x) = x^2 - 2$ は $x_0 = 2$ から始めて3回で $\frac{577}{408}$ が求められます。

$$x_3 = \frac{577}{408} \fallingdotseq \mathbf{1.41421}56\cdots$$
$$x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{2}{x_n}\right)$$

1.54…

整数列大辞典
A073743
A073742

オイラーの公式から $\cos z$ を求めると

$$\cos z = \frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2}$$

この z に虚数 i を代入するとその値は実数になります。

$\cos i \fallingdotseq 1.543080634\cdots$

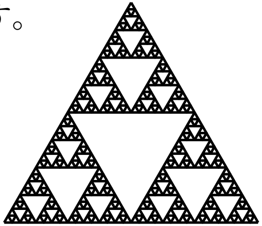
$\sin i \fallingdotseq \mathbf{1.17520119}\cdots i$

「$\sin^2 i + \cos^2 i = 1$がこの値を使って成り立つことにも感動～。でも中学生にはわからない…。」(Oz)

1.58…

整数列大辞典
A020857

下の図はシェルピンスキーのギャスケットといいフラクタル図形です。



「2倍に拡大すると面積は3倍になることから，$2^x = 3$よりフラクタル次元は$\log_2 3 \fallingdotseq 1.5849\cdots$です。」(Oz)

3.14…

整数列大辞典
A000796

円周率 π の近似値 3.14 はいろいろな式で近似されています。

$$\pi = 3.141592\cdots$$

数	数字列	整数列大辞典
$\frac{22}{7}$	$3.1428\cdots$	*A068028*
$(\frac{4}{3})^4$	$3.1604\cdots$	*A210621*
$\frac{355}{113}$	$3.1415\cdots$	*A068079*
$\sqrt{10}$	$3.1622\cdots$	*A010467*
$\sqrt[3]{31}$	$3.1413\cdots$	*A010602*
$3+\frac{\sqrt{2}}{10}$	$3.1414\cdots$	*A120731*

(参考文献：数学のたのしみ No.11)

$\boxed{0!}$

整数列大辞典
*A*000142

0！は1と定義されています。どうしてでしょうか？

$$a_n = n \times a_{n-1}$$

階乗を再帰的に定義すると a_1 のとき $1\times a_0$ となるので a_0,すなわち0！を1とすると数式表現が便利なのです。

$${}_n\mathrm{C}_0 = \frac{n!}{0!\cdot(n-0)!} = 1$$

$\boxed{-1}$

整数列大辞典
*A*000225

発散する無限和はときとして混乱します。

$$s = 1+2+4+8+\cdots$$
$$= 1+2(1+2+4+\cdots)$$
$$= 1+2s$$
$$s = -1$$
$$1+2+4+8+\cdots = -1$$

「発散する数列が収束すると仮定するならばの話ですが…間違っているところは…。これを授業で話したら混乱するだろうなぁ〜。」(Oz)

($\frac{1}{3}$参照)

$\boxed{2^{\sqrt{2}}}$

整数列大辞典
*A*007507

累乗の指数は高校で実数に発展します。

$$2^{\sqrt{2}} = \sqrt[\sqrt{2}]{4} = 2.66514\cdots$$

数	数字列	整数列大辞典
$2^{\sqrt{2}}$	2.665…	*A*007507
$\pi^{\sqrt{2}}$	5.047…	
$e^{\sqrt{2}}$	4.113…	*A*274540
$\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$	1.632…	*A*078333
$\sqrt{3}^{\sqrt{2}}$	2.174…	*A*185110

「なぜ整数列大辞典に $\pi^{\sqrt{2}}$ がないのだろう。$\sqrt{2}^{\sqrt{2}} = \sqrt[\sqrt{2}]{2}$ で $\sqrt{3}^{\sqrt{2}} = \sqrt[\sqrt{2}]{3}$ です。」(Oz)

i

次の方程式を成り立たせる x の値はいくつでしょう？

$$x+\frac{1}{x}=0$$

解がわかりましたか？正解は純虚数 $\pm i$ です。i の逆数は $-i$ に等しくなります。

「iPhone, iPS, この頃 i が多いのは"愛"なんだろうか…。」(Oz)

ω

$\overset{\text{オメガ}}{\omega}$ は $x^2+x+1=0$ を満たす 2 次方程式の虚数解です。($\sqrt[3]{2}$ 参照)

$$\omega=\frac{-1\pm\sqrt{3}\,i}{2}$$

$$\omega^3=1$$

「2 つの数は共役複素数の関係で片方を ω, もう一方を $\overline{\omega}$ とすると $\omega^2=\overline{\omega}$ です。複素平面上では実数軸に関して対称です。」(Oz)

$$\omega+\overline{\omega}=-1$$

$$\omega\overline{\omega}=1$$

φ

整数列大辞典
$A001622$

$\overset{\text{ファイ}}{\varphi}$ は黄金比を表す文字です。この値は 2 次方程式 $x^2-x-1=0$ の正の解です。(618, 1618参照)

$$\varphi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\fallingdotseq 1.6180339887\cdots$$

$$\varphi^2=\varphi+1$$

$$\varphi^n=\varphi^{n-1}+\varphi^{n-2}$$

$$\frac{1}{\varphi}=\varphi-1$$

「ギザのピラミッドは黄金比でできているという伝説があります。」(Oz)

$$\boxed{\sqrt{i}}$$

17 を考えていたら $\sqrt{i}$ に出会いました。

$$x^4+1=0$$
$$x^2=\pm i$$
$$x=\pm\sqrt{\pm i}$$

$$x^4+1$$
$$=(x^2+\sqrt{2}\,x+1)(x^2-\sqrt{2}\,x+1)$$

このことより

$$\sqrt{i}=\pm\frac{1+i}{\sqrt{2}}$$

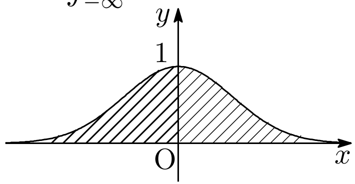
「素数17が $(5+2\sqrt{2})(5-2\sqrt{2})$ と積の形で表せました。」(Oz)

$$\boxed{\sqrt{\pi}}$$

整数列大辞典
$A002161$

ガウス積分の不定積分は存在しませんが定積分は可能です。

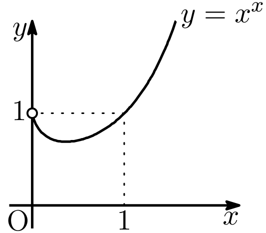
$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx=\sqrt{\pi}$$



$$\sqrt{\pi}\fallingdotseq 1.772\cdots$$

$$\boxed{0^0}$$

$y=x^x\ (x>0)$ のグラフを書くと…



「0^0 を x^0 から考えると1です。ただし 0^x から考えると0です。1という人,0という人,定義できないという人それぞれ言い分があります。ちなみに上のグラフの最小値の x の値は e の逆数です。」(Oz)

0

100までに素数は25個あります。

問.1から100までの自然数を1つ選ぶときその数が素数である確率を求めなさい。ただしどの自然数を選ぶかは同様に確からしいとする。

上の問題の答は$\frac{1}{4}$です。

問.範囲が∞のとき素数の確率はどうなるのでしょう。

「確率は有限集合でしか定義できないので実際には範囲を区切って求めてから無限個に拡張します。数学の∞の感覚は改めて難しいなと感じました。」(Oz)

1

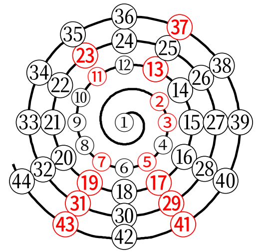
1は素数と思われがちですが素数ではありません。ただその論争の歴史は長く,終止符を打ったのは20世紀になってからです。1は「乗法の単位元」といい素数よりも上位に位置する数です。

$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

2

整数列大辞典 *A000040*

数を時計の形に並べると素数の特徴が明確になります。ペーターの素数円の改良版です。



「2と3は特別です。」(Oz)

3

整数列大辞典
A002981
A002982

$n=3$ のとき $n!\pm1$ からできる数は素数です。階乗素数といいます。

n	$n!+1$ A088332
1	2
2	3
3	7
11	39916801

n	$n!-1$ A055490
3	5
4	23
6	719
7	5039

「階乗は高校で学習します。階乗の表示のある電卓は必須です。ただし 69! までしか計算できません。」(Oz)

(30031参照)

4

整数列大辞典
A001358
A053810

4 は素数の積で表せる最小の数です。素数 2 つの積で表せる数は半素数といいます。4 は最小の半素数です。

$$4=2^2$$

また素数の素数乗で表せる最小の数でもあります。この数の約数は 3 個です。

5

整数列大辞典
A002144
A040117

2 以外の素数はすべて $4n\pm1$型で表せます。5 は$4n+1$型の最小の素数です。$mod\,12$ のペーターの素数円では$12n+5$ 型です。5 時の方向の最小の素数です。

「$4n+1$型の素数は$12n+1$(1時の方向) または $12n+5$(5時の方向) のどちらかに含まれます。」(Oz)

6

整数列大辞典
A140793
A128887

67は6から連続整数を昇順に並べた素数です。

6

順	数	桁数
①	67	2
②	678910111213	12

5

順	数	桁数
①	567…1617	21
②	567…7071	129
③	567…9899	185
④	567…122123	257

4

順	数	桁数
①	4567	4
②	4567…1213	14

(8, 23, 1213参照)

7

整数列大辞典
A006862
A018239

素数が無限にあるユークリッドの証明から素数の階乗に1を加えた数をユークリッド数といいます。(30031参照)

①	3	$=2+1$
②	7	$=2\times3+1$
③	31	$=2\times3\times5+1$
④	211	$=2\times3\times5\times7+1$
⑤	2311	$=2\times3\times5\times7\times11+1$
⑥	30031	$=2\times3\times5\times7\times11\times13+1$

「⑥が素数でないのが問題なのです。」(Oz)

8

整数列大辞典
A140793

89は8から連続整数を昇順に並べた素数です。

8

順	数	桁数
①	89	2
②	8910…148149	332

7

順	数	桁数
①	78910111213	11
②	789…126127	267

9

順	数	桁数
①	91011…186187	445

(6, 23, 1213参照)

「連続整数を並べた数の素数判定はU−BASICでRHO法を用いての結果です。」(Oz)

9

整数列大辞典
A079364

9は4番目の合成数です。両隣の数(9 ± 1)も合成数の最小の合成数です。

$$9=3^2$$

順	数	順	数	順	数	順	数
①	9	⑦	33	⑬	50	⑲	64
②	15	⑧	34	⑭	51	⑳	65
③	21	⑨	35	⑮	55	㉑	69
④	25	⑩	39	⑯	56	㉒	75
⑤	26	⑪	45	⑰	57	㉓	76
⑥	27	⑫	49	⑱	63	㉔	77

11

整数列大辞典
A002145
A068231
A068229

11は3番目の$4n-1$型の素数です。*mod* 12のペーターの素数円では$12n+7$型と$12n+11$型で11は最小の$12n+11$型の素数です。

「この2つの型のPrime Raceをプログラムで比べてみました。面白かったです。でも整数列大辞典にはありませんでした。」(Oz)

13

整数列大辞典
A180340

巡回数(ダイヤル数)を作る分数の分母は素数です。しかし$\frac{1}{13}$は巡回数ではありません。
(142857参照)

$$\frac{1}{13}=0.\dot{0}7692\dot{3}$$

これは13が12桁未満の9の列を余りを出さずに割れるからです。

$$999999\div13=76923$$

15 整数列大辞典 *A135972*

15 は 2^n-1 の形のメルセンヌ数で合成数になる最小の数です。

$$15=2^4-1=3\times 5$$

この数が素数のとき 2^{n-1} との積でできる数は完全数です。ただし n が素数でないときには必ず合成数になります。(31参照)

17 整数列大辞典 *A258706*

17 は素数で逆順に並び替えた 71 も素数です。1 と 7 を使って数を作ると必ず素数になります。2 桁では 3 番目の数です。(113参照)

順	数	順	数	順	数
⑤	11	⑧	37	⑪	199
⑥	13	⑨	79	⑫	337
⑦	17	⑩	113	⑬	R_{19}

「1桁の数は省略しました。R_{19} はレピュニットといい1が19個続く数です。絶対素数といいます。」(Oz)

19 整数列大辞典 *A002145*

19 はガウス素数です。$4n+3$型 ($4n-1$型) の素数です。(73参照)

順	数	順	数	順	数	順	数
①	3	⑪	71	㉑	167	㉛	271
②	7	⑫	79	㉒	179	㉜	283
③	11	⑬	83	㉓	191	㉝	307
④	19	⑭	103	㉔	199	㉞	311
⑤	23	⑮	107	㉕	211	㉟	331
⑥	31	⑯	127	㉖	223	㊱	347
⑦	43	⑰	131	㉗	227	㊲	359
⑧	47	⑱	139	㉘	239	㊳	367
⑨	59	⑲	151	㉙	251	㊴	379
⑩	67	⑳	163	㉚	263	㊵	383

22

整数列大辞典 $A054211$

22と21を並べた4桁の数は素数です。連続する整数を降順に並べてできる3番目の素数です。(36, 42参照)

2221 is prime.

順	数	順	数	順	数
①	4	⑦	58	⑬	108
②	10	⑧	70	⑭	112
③	22	⑨	78	⑮	114
④	24	⑩	88	⑯	124
⑤	34	⑪	100	⑰	148
⑥	42	⑫	102	⑱	154

23

整数列大辞典 $A140793$ $A089987$

23は2から連続整数を昇順に並べた素数です。

2

順	数	桁数
①	23	2
②	23456789	8
③	2345⋯252627	44

3

順	数	桁数
①	3456⋯171819	27

「1から始まる連続整数の素数は現在まだ発見されていません。ないという証明もされてないようです。」(Oz)

(6, 8, 1213, 1234567参照)

25

整数列大辞典 $A038509$ $A038510$

2と3を除く素数はすべて $6n\pm1$ の形で表せます。この25はこの形で初めて素数にならない数です。(2参照)

$$25=6\times4+1$$

さらに5の倍数を除外すると最小は49です。

$$49=6\times8+1$$

「さらに7の倍数を除くと最小は121, すべて素数の平方数が最小の数です。」(Oz)

29

整数列大辞典
$A001359$
$A006512$

29 は次の奇数 31 とペアで双子素数と呼ばれています。双子素数とは差が 2 の連続する素数の組です。

順	(p_1, p_2)	順	(p_1, p_2)
①	(3, 5)	⑤	(29, 31)
②	(5, 7)	⑥	(41, 43)
③	(11, 13)	⑦	(59, 61)
④	(17, 19)	⑧	(71, 73)

「$(p,\ p{+}2,\ p{+}6,\ p{+}8)$ の四つ子素数($A007530$)もあります。」(Oz)
(例．11, 13, 17, 19)

30

整数列大辞典
$A014574$

2と3を除く全ての素数は $6n\pm1$ の形で表せます。30 は -1 した 29 も $+1$ した 31 も素数になる双子素数の 5 番目の中央の数です。

順	数	順	数	順	数	順	数
①	4	⑤	30	⑨	102	⑬	180
②	6	⑥	42	⑩	108	⑭	192
③	12	⑦	60	⑪	138	⑮	198
④	18	⑧	72	⑫	150	⑯	228

「①の4だけが6の倍数ではありません。」(Oz)

31

整数列大辞典
$A103901$

31 は 2^n-1 で表せる素数でメルセンヌ素数といいます。

$$31=2^5-1$$

また自身が新たなメルセンヌ素数を作る数でもあります。

$$2^{31}-1=2147483647$$

「メルセンヌ素数は現在51個ですが, この性質をもつ数は4個です。」(Oz)
3, 7, 31, 127

36

整数列大辞典
$A030457$

36と37を昇順に並べた4桁の数は素数です。

3637 is prime.

順	数	順	数	順	数
①	2	⑦	50	⑬	90
②	6	⑧	56	⑭	92
③	8	⑨	62	⑮	96
④	12	⑩	68	⑯	102
⑤	36	⑪	78	⑰	108
⑥	42	⑫	80	⑱	120

(22, 42参照)

37

整数列大辞典
$A085959$
$A003020$

37を素因数にもつ数は印象的です。

$$111 = 3 \times 37$$
$$222 = 2 \times 3 \times 37$$
$$333 = 3^2 \times 37$$
$$444 = 2^2 \times 3 \times 37$$
$$555 = 3 \times 5 \times 37$$
$$666 = 2 \times 3^2 \times 37$$
$$777 = 3 \times 7 \times 37$$
$$888 = 2^3 \times 3 \times 37$$
$$999 = 3^3 \times 37$$

「4桁のゾロ目は11と101 を素因数にもち, 5桁のゾロ目は41と271 をもちます。」(Oz)

例. $6666 = 2 \times 3 \times 11 \times 101$
$11111 = 41 \times 271$

38

整数列大辞典
$A133529$

38は3連続素数の平和和が偶数になる唯一の数です。

$$38 = 2^2 + 3^2 + 5^2$$

「証明は中学2年生レベルです。偶数と奇数の文字の表し方は覚えていますか？2を含まない3連続素数は全て奇数です。奇数の平方は奇数から証明できます。3連続素数の平方和の偶数最小が38, 素数最小が83です。」(Oz)

39

整数列大辞典
A000668

フランスの数学者エドゥアール・リュカ (1842-1891) は $2^{127}-1$ の自然数(39 桁)を手計算で 19 年かけて 1857 年に素数であることを確かめました。手計算で求めた素数の世界記録です。

$2^{127}-1=170141183460469231731687303715884105727$

「ある意味感動物語だと思いました。リュカは素数判定法を考案し計算しました。」(Oz)

41

整数列大辞典
A014556

オイラーが発見した素数を生み出す式です。

$$f(n)=n^2+n+p$$

この式は$p=41$のとき$n\leqq 40$で成り立ちます。$0\leqq n<p$ の範囲でこの式から素数を生み出す p の値 $2,3,5,11,17,41$ を「オイラーの幸運数」と呼びます。(79参照)

42

整数列大辞典
A068700

42 に連続整数を並べた数は昇順,降順どちらも素数になります。

4241 and 4243 are primes.

順	数	順	数	順	数
①	42	⑤	180	⑨	312
②	78	⑥	192	⑩	330
③	102	⑦	270	⑪	342
④	108	⑧	300	⑫	390

「連続整数が作る双子素数です。」(Oz)

(22, 36参照)

43

整数列大辞典
*A*052016

連続整数を降順に並べた素数です。

順	連続整数	桁数
①	828180 ⋯ 4321	155
①	43	2
②	76543	5
③	4645⋯⋯6543	81
①	10987	5
②	310309⋯⋯10987	2709
①	109	3

(2221参照)

44

整数列大辞典
*A*133073

44 は $a^2+a^3+a^5$ の形の指数部分が素数乗の和で表せます。

$$44 = 2^2+2^3+2^5$$

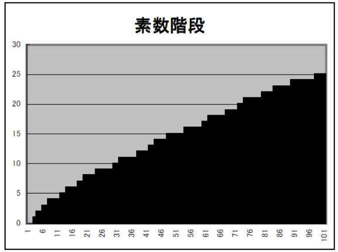
a	数	a	数
1	3	4	1104
2	44	5	3275
3	279	6	8028

「整数列大辞典には3連続奇数乗がなくて, 3連続素数乗があった。う〜ん納得いかない。」(Oz)

47

整数列大辞典
*A*000040

47は15番目の素数です。オイラーが頭の中に描いたという素数階段を知っていますか？



53

整数列大辞典
$A092448$

53 は奇数の連続素数を降順に並べてできる素数です。(23参照)

順	数	桁数
①	3	1
②	53	2
③	171311753	9
④	8983 ⋯ 11753	43
⑤	383379 ⋯ 11753	198

「整数列大辞典には④まで登録されています。勝った〜。」(Oz)

59

整数列大辞典
$A024351$

素数で作る素数魔方陣を知っていますか？3×3 の素数魔方陣で列の和が最小の魔方陣は和が 177 で中央の数は 59 です。

17	89	71
113	59	5
47	29	101

「4×4 で和が最小の素数魔方陣は 120 です。」(Oz)

61

整数列大辞典
$A003601$

61 は素数です。2 以外の素数は自身の約数の和が自身の約数の個数 (2 個) を約数にもつという性質と約数の和から元の数を引くと 1 になる性質があります。

$$\begin{aligned}\sigma(61)\div d(61)&=62\div2\\&=31\end{aligned}$$

$$\sigma(61)-61=1$$

67

整数列大辞典
A006055

1 桁の連続整数を昇順に並べた素数です。

最上位桁	素数	桁数
1	$1234\cdots901$	171
2	23	2
3	$3456\cdots901$	179
4	4567	4
5	$5678\cdots123$	29
6	67	2
7	78901	5
8	89	2
9	9012345678901	

「整数列大辞典と同じ数だけみつかったので合格とします。」(Oz)

71

整数列大辞典
A006567

71は20番目の素数です。また 71 を並び替えた 17 も素数です。このような数は数素と呼ばれています。

順	数	順	数	順	数	順	数
①	13	⑧	97	⑮	199	㉒	709
②	17	⑨	107	⑯	311	㉓	733
③	31	⑩	113	⑰	337	㉔	739
④	37	⑪	149	⑱	347	㉕	743
⑤	71	⑫	157	⑲	359	㉖	751
⑥	73	⑬	167	⑳	389	㉗	761
⑦	79	⑭	179	㉑	701	㉘	769

73

整数列大辞典
A038371
A003021

73 は各位の和が 2 の数の最小素因数です。

$$10001 = 73 \times 137$$

順	数	素因数分解形
④	1001	$7\times11\times13$
⑤	10001	73×137
⑥	100001	11×9091
⑦	1000001	101×9901
⑧	10000001	11×909091
⑨	100000001	17×5882353
⑩	1000000001	$7\cdot11\cdot13\cdot19\cdot52579$

(101, 1001参照)

79 整数列大辞典 $A196230$

79 は 22 番目の素数です。オイラーが発見した素数を生み出す式にあてはまらない最小の素数です。(41参照)

$$f(n)=n^2+n+p$$
$$(p=2,3,5,11,17,41)$$
$$(0 \leqq n \leqq p-2)$$

「オイラーはこの数に対してどんな想いをもったのだろう。」(Oz)

83 整数列大辞典 $A133529$

83 は異なる 3 連続素数の平方和で表すことができる唯一の素数です。

$$83=3^2+5^2+7^2$$

証明) 素数を$p,q,r(p \geqq 5)$とする。
$p^2+q^2+r^2$
$=p^2+q^2+r^2+3-3$
$=p^2-1+q^2-1+r^2-1+3$
$=(p-1)(p+1)+\cdots+(r-1)(r+1)+3$
ここでp,q,rは5以上の素数なので
$p-1,p+1$のどちらかは3の倍数である。よって3の倍数になる。

「3日かかりました。できたときは嬉しかったです。」(Oz)

86 整数列大辞典 $A001358$

86 は 2 つの素数 (同じ数でも可) の積で表せる半素数です。素数の平方数は半素数です。

$$86=2\times 43$$

順	数	順	数	順	数
①	4	⑤	14	⑨	25
②	6	⑥	15	⑩	26
③	9	⑦	21	⑪	33
④	10	⑧	22	⑫	34

「西暦年においては 2021, 2026 等が半素数です。」(Oz)

89

整数列大辞典
$A002144$

89 は $4n+1$ 型の素数です。この形の素数は複素数の範囲で因数分解できます。(73参照)

$$
\begin{aligned}
89 &= 5^2+8^2 \\
&= (5+8i)(5-8i) \\
&= (8+5i)(8-5i)
\end{aligned}
$$

「$4n+3$ 型のガウス素数は複素数の範囲でも因数分解できません。できないとは$a+bi$の有理数a, b がないという意味です。」(Oz)

97

整数列大辞典
$A034961$

97 は 3 連続素数の和で表せる素数です。

$$97 = 29+31+37$$

ゴールドバッハの予想

5 より大きな奇数は 3 個の素数の和で表される。

数学の未解決問題のひとつです。97 は素数 3 つを使って 34 通りの和で表せます。(整数列大辞典 $A068307$)

101

101 は各位の和が 2 になる素数で現在最大の素数です。各位の和が 2 の素数は 2 と 11 とあわせ 3 つしか発見されていません。

「"STUDIO KAMADA"というWebサイトで 100⋯001 の素因数分解に挑戦しています。もしコンピュータが暇だったら挑戦してみるのもいいかも⋯。」(Oz)

(73, 1001参照)

113

整数列大辞典 $A258706$

113 を作る 1, 1, 3 をどう並べ替えしても必ず素数になります。この性質をもつ 3 桁では最小の数です。3 桁ではあと199と337があります。これより大きな数は全ての桁の数字が 1 のレピュニットです。

「絶対素数 (absolute prime) というようですが Wikipedia にはまだその頁はありません。」(Oz)

120

整数列大辞典 $A259826$

2と3以外の素数は全て $6n \pm 1$ の形で表せます。120 は 6 の倍数ですが $+1$ した数も -1 した数も素数でない最小の 6 の倍数です。(30参照)

順	数	順	数	順	数	順	数
①	120	⑤	216	⑨	324	⑬	474
②	144	⑥	246	⑩	342	⑭	516
③	186	⑦	288	⑪	414	⑮	528
④	204	⑧	300	⑫	426	⑯	534

131

整数列大辞典 $A228029$

131は5^n+m型の素数です。

$$131=5^3+6$$

m	数	整数列大辞典
2	$3, 7, 127, \cdots$	$A182330$
4	$5, 29, 15629, \cdots$	$A228028$
6	$7, 11, 31, 131, \cdots$	$A228029$
8	$13, \cdots$	$A102910$
12	$17, 37, 137, 3137, \cdots$	
14	$19, 139, 78139, \cdots$	$A104046$
-2	$3, 23, 6103515623, \cdots$	$A204578$
-4	$3121, 78121, \cdots$	$A181285$
-6	$19, 619, 3119, \cdots$	$A290007$

137

整数列大辞典 $A068811$

137は素数です。その補数863も素数になる素数です。

順	数	補数	順	数	補数
①	3	7	⑦	41	59
②	5	5	⑧	47	53
④	11	89	⑭	97	3
⑤	17	83	⑮	113	887
⑥	29	71	⑯	137	863

「3は補数が連続(2桁, 3桁)して2つの素数を生み出す数です。プログラムを作ってこの数列を求めましたが整数列大辞典にはありませんでした。次は17です。」(Oz)

151

整数列大辞典 $A056246$

151は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	101	5	151 ($A056246$)
1	R_{19} ($A004022$)	6	16661 ($A056247$)
2	(11の倍数)	7	1777771 ($A056248$)
3	131 ($A056244$)	8	181 ($A056249$)
4	1444441 ($A056245$)	9	191 ($A056250$)

「Rはレピュニットで添え字は桁数です。」(Oz)

163

整数列大辞典 $A102023$

163は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	103 ($A102006$)	2	1223 ($A102009$)
1	113 ($A093011$)	5	1553 ($A102019$)
3	13…(15個)…3 ($A093671$)	6	163 ($A102023$)
4	(13の倍数)	7	173 ($A102027$)
8	18…(15個)…83 ($A102030$)	9	193 ($A102033$)

167

整数列大辞典 $A102024$

167は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	107 ($A102007$)	5	157 ($A102020$)
1	1117 ($A093139$)	6	167 ($A102024$)
2	127 ($A102010$)	7	1777 ($A088465$)
3	137 ($A102013$)	8	(17の倍数)
4	1447 ($A102016$)	9	197 ($A102034$)

168

整数列大辞典 $A006880$

1000 までの素数は 168 個です。このことを素数計数関数 $\pi(x)$ を使い

$$\pi(1000) = 168$$

と表します。3 桁の素数は143個です。(25参照)

$$\pi(1000) - \pi(100) = 143$$

「素数の関数に π を使うなんてかっこいい！」(Oz)

173

整数列大辞典 A242835

173は$\sqrt{3}$の数字列からなる素数です。

数	最小素数列(3桁以上)	整数列大辞典
$\sqrt{2}$	141…073(55桁)	A115453
$\sqrt{3}$	173	A119343
$\sqrt{5}$	223	A242835
$\sqrt{10}$	3162277	A136582
π	314159	A005042
e	271	A007512
φ	1618033	A064117

「$\sqrt{2}$ の数字列から 5 個しかみつかっていないことに驚きました。最大は11540桁の数です。なお素数列は 3 桁以上の数です。」(Oz)

179

整数列大辞典 A102028

179は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	109 (A102008)	5	1559 (A102021)
1	11119 (A055558)	6	1669 (A102025)
2	1229 (A102011)	7	179 (A102028)
3	139 (A102014)	8	1889 (A102031)
4	149 (A102017)	9	1999 (A055558)

193

整数列大辞典 A002586

2^n+1の形の素数は 6 個しかありません。それ以外の数は特定の素因数をもちます。

順	数	順	数	順	数
①	3	④	97	⑦	449
②	5	⑤	193	⑧	641
③	17	⑥	257	⑨	769

「97 は $2^{24}+1$, 193 は $2^{48}+1$ で初めて出現します。最大素因数は A005420 を参照してください。」(Oz)

(257, 641参照)

211

整数列大辞典 A068814

211は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	(3の倍数)	5	251 (A101961)
1	211 (A068814)	6	(3の倍数)
2	2221 (A091189)	7	271 (A101966)
3	(3の倍数)	8	281 (A101969)
4	241 (A101957)	9	(3の倍数)

221

整数列大辞典 A006094

221 は連続素数の積で表せます。

$$221 = 13 \times 17$$

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 + 11 = 13 \times 17$$

「221 が連続素数で美しく表現できることに感動しました。」(Oz)
(参考文献 : 数学のたのしみ No.14)

223

整数列大辞典 A104115

223 は $6^n + m$ 型の素数です。

$$223 = 3^5 + 7$$

m	数	整数列大辞典
1	$2, 7, 37, 11297$	A182331
5	$11, 41, 1301, \cdots$	A104118
7	$13, 43, 223, 1303, \cdots$	A104115
11	$17, 47, 227, 1307, \cdots$	
-1	5	
-5	$31, 211, 1291, \cdots$	A290008
-7	$29, 1289, \cdots$	A290022
-13	$23, 1283, 46643, \cdots$	

「$m = 1$ のときは 4 つしかみつかりませんでした。」(Oz)

227

整数列大辞典 $A093167$

227は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	(9の倍数)	5	257 ($A101962$)
1	21…(35個)…17 ($A101954$)	6	(3の倍数)
2	227 ($A093167$)	7	277 ($A093938$)
3	(3の倍数)	8	2887 ($A101971$)
4	2447 ($A101959$)	9	(9の倍数)

229

整数列大辞典 $A098044$

$3m–1$型$(6m–1)$と$3m+1$型$(6m+1)$の素数の個数が229で同じになります。このおいかっけこは永遠に続きます。

順	数	順	数
①	7	⑥	79
②	13	⑦	163
③	19	⑧	223
④	37	⑨	229
⑤	43	⑩	608981812891

「⑩の数を自分の PC で確認しようとしましたが 2 年位かかりそうなのであきらめました。」(Oz)

233

整数列大辞典 $A093672$

233は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	2003 ($A101951$)	5	(23の倍数)
1	2113 ($A101953$)	6	263 ($A101964$)
2	223 ($A093162$)	7	27773 ($A101967$)
3	233 ($A093672$)	8	283 ($A101970$)
4	24443 ($A101958$)	9	293 ($A101973$)

239 整数列大辞典 *A101956*

239は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	200009 (*A101952*)	3	239 (*A101956*)
1	21…(222個)…19 (*A101955*)	6	269 (*A101965*)
2	229 (*A093401*)	7	27779 (*A101968*)
4	24…(14個)…49 (*A101960*)	8	28888889 (*A101972*)
5	25…(81個)…59 (*A101963*)	9	2999 (*A055559*)

241 整数列大辞典 *A014232*

241 は $3^n - m$ 型の素数です。(251参照)

$$241 = 3^5 - 2$$

m	数	整数列大辞典
2	$7, 79, 241, 727, \cdots$	*A014232*
4	$5, 23, 239, \cdots$	*A156555*
8	$19, 73, 2179, \cdots$	*A290241*
10	$17, 71, 233, 719, \cdots$	*A290243*
14	$13, 67, 229, 6547, \cdots$	*A290244*
16	$11, 227, 177131, \cdots$	*A289716*
20	$7, 61, 223, 709, \cdots$	*A289723*
22	$5, 59, 19661, \cdots$	*A289724*
26	$2161, 59023, \cdots$	*A289725*

251 整数列大辞典 *A102870*

251 は $3^n + m$ 型の素数です。(241参照)

$$251 = 3^5 + 8$$

m	数	整数列大辞典
2	$3, 5, 11, 29, 83, \cdots$	*A057735*
4	$5, 7, 13, 31, 733, \cdots$	*A102903*
8	$11, 17, 89, 251, \cdots$	*A102870*
10	$11, 13, 19, 37, 739, \cdots$	*A102907*
14	$17, 23, 41, 257, \cdots$	*A102874*
16	$17, 19, 43, 97, \cdots$	*A243437*
20	$23, 29, 47, 101, \cdots$	*A102904*
22	$23, 31, 103, 751, \cdots$	*A243438*
26	$29, 53, 107, 269, \cdots$	*A243439*

257

整数列大辞典 $A019434$

257は$2^{2^n}+1$の形のフェルマー素数です。

$$257=2^{2^3}+1$$

順	n	数
①	0	3
②	1	5
③	2	17
④	3	257
⑤	4	65537

「2^n+1 の形の素数はこの 5 個のフェルマー素数と 2 しかありません。この形の他の数の最小素因数は $A093179$, 最大素因数は $A070592$ を参照してください。」(Oz)

263

整数列大辞典 $A057733$

263 は 2^n+m 型の素数です。(509参照)

$$263=2^8+7$$

m	数	整数列大辞典
1	フェルマー素数	$A019434$
3	$5,7,11,19,67,\cdots$	$A057733$
5	$7,13,37,2053,\cdots$	$A123250$
7	$11,23,71,263,\cdots$	$A104066$
9	$11,13,17,41,73,\cdots$	$A104070$
11	$13,19,43,139,\cdots$	$A156940$
13	$17,29,269,\cdots$	$A104067$
15	$17,19,23,31,47,\cdots$	$A144487$
17	$19,8209,\cdots$	$A156973$

311

整数列大辞典 $A068813$

311は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	3001 ($A101823$)	5	3555551 ($A101835$)
1	311 ($A068813$)	6	3666661 ($A101839$)
2	3221 ($A101828$)	7	377771 ($A101841$)
3	331 ($A123568$)	8	3881 ($A101844$)
4	(31の倍数)	9	39…(16個)…91 ($A101848$)

313

整数列大辞典 $A056251$

313は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	(3の倍数)	5	353 ($A056254$)
1	313 ($A056251$)	6	(3の倍数)
2	3222223 ($A056252$)	7	373 ($A056255$)
3	(3の倍数)	8	383 ($A056256$)
4	3444443 ($A056253$)	9	(3の倍数)

317

整数列大辞典 $A101826$

317は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	307 ($A101824$)	4	347 ($A101833$)
1	317 ($A101826$)	5	3557 ($A101837$)
2	32…(41個)…27 ($A101830$)	6	367 ($A101840$)
3	337 ($A093168$)	8	3888887 ($A101846$)
7	3777777777777 ($A093939$)	9	397 ($A101849$)

347

整数列大辞典 $A101833$

347は素数です。34⋯47の形の最小の素数です。この形の次の素数は

$$3\underbrace{44\cdots\cdots44}_{757\text{ 個}}7$$

「347は「さようなら」の語呂として有名な数ですがこんな性質がありました。3桁の素数の中でこの形の次の素数が最も大きくなる数でした。むやみに"さようなら"できないなって感じました。」(Oz)

(317参照)

349

整数列大辞典 *A101834*

349は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	(3の倍数)	5	359 (*A101838*)
1	3119 (*A101827*)	6	(3の倍数)
2	3229 (*A101831*)	7	379 (*A101843*)
3	(3の倍数)	8	389 (*A101847*)
4	349 (*A101834*)	9	(3の倍数)

353

整数列大辞典 *A228031*

353 は 7^n+m 型の素数です。

$$353=7^3+10$$

m	数	整数列大辞典
4	$5, 11, 53, 347, \cdots$	*A104065*
6	$7, 13, 349, \cdots$	*A228030*
10	$11, 17, 59, 353, \cdots$	*A228031*
-2	$5, 47, 2399,$	*A093612*
-4	3	
-6	$43, 337, 117643, \cdots$	*A291861*
-8	$41, 2393, \cdots$	*A291860*

「$m=-10$ のときは3の倍数になります。」(Oz)

373

整数列大辞典 *A085823*

373は素数です。どこで区切っても素数２つに分かれる最大の素数です。3桁の数で唯一の素数です。切り取って残った数が素数になる最大素数は以下の数です。

方向	最大数 (整数列大辞典)
左	73939133 (*A024770*)
右	357686312646216567629137 (*A024770*)

401

整数列大辞典 *A*101712

401は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	401 (*A*101712)	5	(41の倍数)
1	4111 (*A*068815)	6	461 (*A*101729)
2	421 (*A*101719)	7	47…(21個)…71 (*A*101732)
3	431 (*A*101723)	8	48…(462個)…81 (*A*101734)
4	4441 (*A*093174)	9	491 (*A*101738)

433

整数列大辞典 *A*093673

433は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	4003 (*A*101713)	5	45553 (*A*101726)
1	41113 (*A*101716)	6	463 (*A*101730)
2	42223 (*A*101720)	7	(43の倍数)
3	433 (*A*093673)	8	48883 (*A*101735)
4	443 (*A*093163)	9	4993 (*A*101739)

457

整数列大辞典 *A*101727

457は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	4007 (*A*101714)	5	457 (*A*101727)
1	41117 (*A*101717)	6	467 (*A*101731)
2	42227 (*A*101721)	7	47777 (*A*093940)
3	4337 (*A*101724)	8	487 (*A*101736)
4	4447 (*A*092480)	9	49…(14個)…97 (*A*101740)

461

整数列大辞典 $A007351$

$4m-1$ 型と $4m+1$ 型の素数の個数が 461 で同じになります。この数の競争は"Prime Race"といいます。(229参照)

順	数	順	数
①	5	⑤	26833
②	17	⑥	26849
③	41	⑦	26863
④	461	⑧	26881

「$4m+1$の方が多くなる最小の数は26861($A007350$)です。」(Oz)

479

整数列大辞典 $A101733$

479は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	409 ($A101715$)	5	4555559 ($A101728$)
1	419 ($A101718$)	6	(7の倍数)
2	4229 ($A101722$)	7	479 ($A101733$)
3	439 ($A101725$)	8	4889 ($A101737$)
4	449 ($A093402$)	9	499 ($A093945$)

509

整数列大辞典 $A050415$

509 は 2^n-m 型の素数です。(131参照)

$$509=2^9-3$$

m	数	整数列大辞典
1	メルセンヌ素数	$A000668$
3	$5, 13, 29, 61, 509, \cdots$	$A050415$
5	$3, 11, 59, 251, \cdots$	$A156560$
7	$549755813881, \cdots$	
9	$7, 23, 503, 2039, \cdots$	

「整数列大辞典の登録が少ないのには驚いた。人類はまだまだ発展途上…。」(Oz)

541

整数列大辞典 $A101578$

541は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	(3の倍数)	5	5…(11個)…51 ($A056684$)
1	511111 ($A068816$)	6	(3の倍数)
2	521 ($A101573$)	7	571 ($A101584$)
3	(3の倍数)	8	5881 ($A101587$)
4	541 ($A101578$)	9	(3の倍数)

563

整数列大辞典 $A101582$

563は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	503 ($A101568$)	5	55555553 ($A093164$)
1	5113 ($A101570$)	6	563 ($A101582$)
2	523 ($A101574$)	7	57773 ($A101585$)
3	5333 ($A093674$)	8	(53の倍数)
4	5443 ($A101579$)	9	593 ($A101590$)

577

整数列大辞典 $A093941$

577は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	(3の倍数)	5	557 ($A093169$)
1	51…(22個)…17 ($A101571$)	6	(3の倍数)
2	5227 ($A101575$)	7	577 ($A093941$)
3	(3の倍数)	8	587 ($A101588$)
4	547 ($A101580$)	9	(3の倍数)

593

整数列大辞典 $A094133$

593は $x^y + y^x (x, y > 1)$ で表せるレイランド素数です。

$$593 = 2^9 + 9^2$$

順	数	$x^n + y^x$
①	17	2^3+3^2
②	593	2^9+9^2
③	32993	$2^{15}+15^2$
④	2097593	$2^{21}+21^2$
⑤	8589935681	$2^{33}+33^2$

「書籍『数学が好きになる数の物語100話』から学びました。$x^y - y^x$ 型のレイランド素数 ($A123206$) もあります。」(Oz)

599

整数列大辞典 $A093946$

599は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	509 ($A101569$)	5	55555559 ($A093403$)
1	5119 ($A101572$)	6	569 ($A101583$)
2	522229 ($A101576$)	7	5779 ($A101586$)
3	$\varnothing$	8	58889 ($A101589$)
4	5449 ($A101581$)	9	599 ($A093946$)

601

整数列大辞典 $A101517$

601は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	601 ($A101517$)	5	6551 ($A101531$)
1	611111 ($A093631$)	6	661 ($A092571$)
2	6221 ($A101522$)	7	(61の倍数)
3	631 ($A101525$)	8	68881 ($A101537$)
4	641 ($A101527$)	9	691 ($A101541$)

613

整数列大辞典 $A101519$

613は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	(9の倍数)	5	653 ($A101532$)
1	613 ($A101519$)	6	(3の倍数)
2	(7の倍数)	7	673 ($A101535$)
3	(3の倍数)	8	683 ($A101538$)
4	643 ($A101528$)	9	(9の倍数)

617

整数列大辞典 $A101520$

617は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	607 ($A101518$)	4	647 ($A101529$)
1	617 ($A101520$)	5	65557 ($A101533$)
2	62…(12個)…27 ($A101523$)	6	666667 ($A093170$)
3	6337 ($A101526$)	7	677 ($A093942$)
8	68…(32個)…87 ($A101539$)	9	6997 ($A101542$)

619

整数列大辞典 $A101521$

619は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	(3の倍数)	5	659 ($A101534$)
1	619 ($A101521$)	6	(3の倍数)
2	6229 ($A101524$)	7	6779 ($A101536$)
3	(3の倍数)	8	688889 ($A101540$)
4	6449 ($A101530$)	9	(3の倍数)

641

整数列大辞典 $A093179$

$2^{2^n}+1$ のフェルマー数が $n=5$ のとき初めて合成数になります。そのときの最小素因数が641です。(257参照)

$$2^{2^5}+1=2^{32}+1$$
$$=4294967297$$
$$=641\times6700417$$

「最大素因数は $A070592$ を参照してください。」(Oz)

701

整数列大辞典 $A101128$

701は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	701 ($A101128$)	5	751 ($A101143$)
1	71111111 ($A093632$)	6	761 ($A101147$)
2	72221 ($A101133$)	7	77777777777771 ($A093176$)
3	7331 ($A101137$)	8	(71の倍数)
4	74441 ($A101139$)	9	799991 ($A101154$)

733

整数列大辞典 $A093675$

733は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	70003 ($A101129$)	5	75553 ($A101144$)
1	71111113 ($A101131$)	6	76666663 ($A101148$)
2	72223 ($A101134$)	7	773 ($A093165$)
3	733 ($A093675$)	8	7883 ($A101151$)
4	743 ($A101140$)	9	7993 ($A101155$)

757

整数列大辞典 *A*056259

757は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	(7の倍数)	5	757 (*A*056259)
1	∅	6	76667 (*A*056260)
2	727 (*A*056257)	7	(7の倍数)
3	(11の倍数)	8	787 (*A*056262)
4	744444444447 (*A*056258)	9	797 (*A*056263)

769

整数列大辞典 *A*101150

769は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	709 (*A*101130)	5	7559 (*A*101146)
1	719 (*A*101132)	6	769 (*A*101150)
2	7229 (*A*101136)	7	7⋯(69個)⋯79 (*A*093404)
3	739 (*A*101138)	8	78889 (*A*101153)
4	74449 (*A*101142)	9	79999 (*A*093947)

797

整数列大辞典 *A*020994

797は素数です。またどこの桁で切っても残った数は必ず素数です。このような素数は15個あります。(373参照)

順	数	順	数	順	数
①	2	⑥	37	⑪	373
②	3	⑦	53	⑫	797
③	5	⑧	73	⑬	3137
④	7	⑨	313	⑭	3797
⑤	23	⑩	317	⑮	739397

「切る条件を左からとすると 4260個, 右からだと83個です。」(Oz)

811 整数列大辞典 *A093633*

811は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	(9の倍数)	3	(3の倍数)
1	811 (*A093633*)	6	(3の倍数)
2	821 (*A101061*)	7	877771 (*A101076*)
4	84…(25個)…41 (*A101066*)	8	881 (*A092675*)
5	85…(20個)…51 (*A101070*)	9	(9の倍数)

823 整数列大辞典 *A101062*

823は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	80…(30個)…03 (*A101056*)	5	853 (*A101071*)
1	81111111113 (*A101058*)	6	863 (*A101074*)
2	823 (*A101062*)	7	87777773 (*A101077*)
3	83333333 (*A093676*)	8	883 (*A093166*)
4	8443 (*A101067*)	9	8999993 (*A101079*)

827 整数列大辞典 *A101063*

827は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	(3の倍数)	5	857 (*A101072*)
1	8117 (*A101059*)	6	(3の倍数)
2	827 (*A101063*)	7	877 (*A093943*)
3	(3の倍数)	8	887 (*A093171*)
4	8447 (*A101068*)	9	(3の倍数)

829

整数列大辞典 *A*101064

829は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	809 (*A*101057)	5	859 (*A*101073)
1	81119 (*A*101060)	6	8669 (*A*101075)
2	829 (*A*101064)	7	8779 (*A*101078)
3	839 (*A*101065)	8	8…(13個)…89 (*A*093405)
4	84449 (*A*101069)	9	8999 (*A*093948)

911

整数列大辞典 *A*093634

911は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	9001 (*A*100997)	5	9551 (*A*101009)
1	911 (*A*093634)	6	9661 (*A*101012)
2	9221 (*A*101001)	7	971 (*A*101014)
3	(7の倍数)	8	9888881 (*A*101016)
4	941 (*A*101006)	9	991 (*A*093177)

929

整数列大辞典 *A*056265

929は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	(9の倍数)	5	$\varnothing$
1	919 (*A*056264)	6	(3の倍数)
2	929 (*A*056265)	7	(11の倍数)
3	(3の倍数)	8	9888889 (*A*056266)
4	$\varnothing$	9	(9の倍数)

953

整数列大辞典
$A101010$

953は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	(3の倍数)	5	953 ($A101010$)
1	$\varnothing$	6	(3の倍数)
2	922223 ($A101002$)	7	9777773 ($A101015$)
3	(3の倍数)	8	983 ($A101017$)
4	94…(29個)…43 ($A101007$)	9	(3の倍数)

967

整数列大辞典
$A101013$

967は素数です。数と数の間に同じ数を入れたとき素数になる最小の数を考えました。

数	素数	数	素数
0	907 ($A100998$)	5	95555557 ($A101011$)
1	91…(16個)…17 ($A100999$)	6	967 ($A101013$)
2	9227 ($A101003$)	7	977 ($A093944$)
3	937 ($A101005$)	8	9887 ($A101018$)
4	947 ($A101008$)	9	997 ($A093172$)

1001

整数列大辞典 A038371 A003021

10···01 の形の数は必ず合成数になります。

$$1001 = 7 \times 11 \times 13$$
$$10001 = 73 \times 137$$
$$100001 = 11 \times 9091$$
$$1000001 = 101 \times 9901$$
$$10000001 = 11 \times 909091$$
$$100000001 = 17 \times 5882353$$
$$1000000001 = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 52579$$
$$10000000001 = 101 \cdot 3541 \cdot 27961$$
$$100000000001 = 11^2 \cdot 23 \cdot 4093 \cdot 8779$$

「計算は大変だけど優秀な高校生なら挑戦してくれるかなぁ〜。」(Oz)

(73, 101参照)

1117

整数列大辞典 A224398

1117 は素数です。この素数を 2 行 2 列に並べると縦も横も対角線も素数です。逆順の縦も横も対角線も素数です。

1	1
1	7

1	7	9
9	9	1
1	7	9

右は 9 桁でこの性質をもつ最小の数です。

「33行33列の1089桁の素数には感動しました。」(Oz)

1213

整数列大辞典 A140793

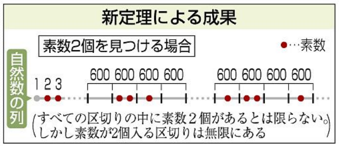
連続整数を昇順に並べた素数です。(23参照)

n	順	数	桁数
11	①	111213···308309	808
12	①	1213	4
14	①	14151617	8
	②	1415···4647	68
15	①	1516171819	10
16	①	161718···4243	56
17	①	171819···3839	46
20	①	20212223	8
	②	2021···2829	20

「10, 13, 18, 19の値からの素数は発見できませんでした。」(Oz)

2014

2014年 2月 26日夕刊に「素数の新定理発見」の記事が載りました。まだ間隔は600ですが，これが 3 になれば双子素数は無限に存在することになります。



2221

整数列大辞典 A052089

連続整数を降順に並べた素数です。

n	順	数	桁数
11	①	686766⋯131211	116
	②	159158⋯131211	358
13	①	252423⋯151413	26
	②	187186⋯151413	438
17	①	484746⋯191817	64
19	①	22212019	8
21	①	2221	4
	②	737271⋯232221	106
	③	797877⋯232221	118

(43参照)

7477

7477は$\pi+e+\varphi$の数字列からなる素数です。

数	最小素数列(3桁以上)	整数列大辞典
$e\pi$	853	
$e\varphi$	439	
$\varphi\pi$	50832⋯15809	
$\pi+\varphi$	4759	
$e+\varphi$	433	
$\pi+e+\varphi$	7477	
$\sqrt[\pi]{\pi}$	1439	A174277

「数学の基本定数の演算からなる素数列は整数列大辞典にまだ登録されていないようです。」(Oz)

30031

整数列大辞典 $A066576$

ユークリッドの最大素数が存在しない証明は以下のようでした。

素数が有限個(n個とする)しかないと仮定しi番目の素数をp_iとする。
$q=p_1\times p_2\times\cdots\times p_n+1$を考えよう。
q は明らかに自然数である。ゆえに q は素数または合成数のどちらかである。
q は最大素数p_nより大きいので素数でない。よってqは合成数となる。すなわちqはいくつかのp_iの積である。よってqをあるp_iで割った余りは0である。これはqの定義(p_iで割った余りは1)に矛盾。

$2\times3\times5\times7\times11\times13+1$
$=30031$
$=59\times509$

「あれ？ どこがおかしい？」(Oz)

294001

整数列大辞典 $A050249$

数学セミナーを購読し始めました。自分の知らなかった世界を少しづつ理解しつつあります。2020年9月号に「弱い素数」が紹介されました。その数自身は素数だけど,どこか1つ変えてしまうと素数でなくなる素数です。294001は最小です。

$\rotatebox[origin=c]{180}{π}$

整数列大辞典 $A232449$ $A186086$

名前と文字がつけられた素数があります。ベルフェゴール素数で,文字はπをひっくり返した形です。

$\rotatebox[origin=c]{180}{π}=10^{30}+666\times10^{14}+1$

1000000000000006660000000000000001

「31 桁の素数で両端の1と13個の 0 に挟まれた中央の666が悪魔の心臓だそうです。」(Oz)

5

整数列大辞典
A061002
A088164

5 以上の素数 p において 1 から $p-1$ までの数の逆数の和を表す分子の数は p^2 を因数にもつというウォルステンホルムの定理があります。

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{25}{12}=\frac{5^2}{12}$$

「p^3 を因数にもつ素数をウォルステンホルム素数といいます。最小は16843です。2 つしか発見できていません。$p-1$ までの数が p に関する性質をもつ。数はつながっていることを実感しました。」(Oz)

23

整数列大辞典
A069151
A046284

23 は連続素数を昇順に並べた最小の素数です。現在 (2016年)8つの数が公開されています。

順	数	桁数
①	2	1
②	23	2
③	2357	4
④	2357⋯709719	355
⑤	2357⋯10311033	499
⑥	2357⋯22932297	1171
⑦	2357⋯30233037	1543
⑧	2357⋯11927	5719

23

整数列大辞典
A030461

23 は 2 つの連続素数を昇順に並べてできる最小の素数です。(53参照)

順	素数	n個の素数最小 (A030997)
①	23	2
②	3137	23
③	8389	5711
④	151157	2357
⑤	157163	711131719

「素数はなかなか奥が深い⋯。」(Oz)

25 整数列大辞典 $A006880$

100までの素数は25個で出現割合は0.25です。自然数に対する素数の割合を調べました。

10^n	割合	10^n	割合
1	0.4	7	0.0665
2	0.25	8	0.0576
3	0.168	9	0.0508
4	0.1229	10	0.0455
5	0.0959	11	0.0412
6	0.0785	12	0.0376

「素数の割合は素数定理から$\frac{1}{\log n}$で近似できます。」(Oz)

29 整数列大辞典 $A057713$

ユークリッド素数列が+1なら−1するクンマー数列があります。

$$
\begin{aligned}
a_0 &= 1 = 2-1\\
a_1 &= \underline{5} = 2\times3-1\\
a_3 &= \underline{29} = 2\times3\times5-1\\
a_4 &= 869 = 2\times3\times5\times29-1\\
&= \underline{11}\times79\\
a_5 &= 9569 = 2\times3\times5\times29\times11-1\\
&= \underline{7}\times1367\\
a_6 &= 66989 = \underline{13}\times5153\\
a_7 &= 870869 = \underline{37}\times23537
\end{aligned}
$$

(43参照)

「すべての素数が出現するかはこの数列も未解決問題です。」(Oz)

43 整数列大辞典 $A000945$

ユークリッド素数列という数列があります。

$$
\begin{aligned}
a_0 &= 2\\
a_1 &= \underline{3} = 2+1\\
a_2 &= \underline{7} = 2\times3+1\\
a_3 &= \underline{43} = 2\times3\times7+1\\
a_4 &= 1807 = 2\times3\times7\times43+1\\
&= \underline{13}\times139\\
a_5 &= 23479 = 2\times3\times7\times43\times13+1\\
&= \underline{53}\times443\\
a_6 &= 1244335 = \underline{5}\times248867\\
a_7 &= \underline{6221671}
\end{aligned}
$$

(7, 29, 30031参照)

「この数列からすべての素数が出現するかは未解決問題です。未発見の最小数は41($A056756$)です。」(Oz)

53

整数列大辞典
A088784

53 は2つの連続素数を降順に並べてできる最小の素数です。(23参照)

順	素数	n個の素数最小 (A083471)
①	53	2
②	5347	53
③	5953	292319
④	6761	59534743
⑤	137131	3731292319

「ちゃんと調べないと漏れはまだあるだろうな〜。」(Oz)

73

整数列大辞典
A060886
A125258
A246397

73 は n^4-n^2+1 の形の素数です。素数生成式として利用できるのではと感じました。

$$73=3^4-3^2+1=\frac{3^6+1}{3^2+1}$$

n	数	n	数	n	数
1	1	7	2353	13	28393
2	13	8	4033	14	38221
3	73	9	6481	15	50401
4	241	10	9901	16	65281
5	601	11	14521	17	83233
6	1261	12	20593	18	104653

「この式から短時間で1万個の素数を発見できました。」(Oz)

83

整数列大辞典
A034962

83は素数,そして3連続の素数の和で表せます。

$$83=23+29+31$$

そして3連続素数の和が素数となる5番目の素数です。(23参照)

順	数	順	数	順	数	順	数
①	23	⑦	97	⑬	223	⑲	457
②	31	⑧	109	⑭	251	⑳	487
③	41	⑨	131	⑮	269	㉑	503
④	59	⑩	173	⑯	311	㉒	607
⑤	71	⑪	199	⑰	349	㉓	661
⑥	83	⑫	211	⑱	439	㉔	701

89

整数列大辞典
A002386
A000101
A005250

89の次の素数は97でその間隔は 8 です。素数の間隔を更新します。

順	素数	–	素数	間隔
①	2	–	3	1
②	3	–	5	2
③	7	–	11	4
④	23	–	29	6
⑤	89	–	97	8
⑥	113	–	127	14
⑦	523	–	541	18
⑧	887	–	907	20

「大きいほうの素数の方が整数列大辞典のアドレスが若いんだ。」(Oz)

1229

整数列大辞典
A006880
A057834
A057835

1000までの素数は1229個です。ガウスは素数の個数をおおよそ近似できる素数定理を発見しました。

$$\pi(x) \fallingdotseq \frac{x}{\log_e x}$$

x	$\pi(x)$	$\frac{x}{\log_e x}$	差
100	25	22	3
1000	168	145	23
10000	1229	1086	143

「$\pi(x)$は素数計数関数です。$\pi(x)$の値の方が小さくなるのは $10^{10^{10^{34}}}$ だと予想されています。」(Oz)

1234567

整数列大辞典
A075019
A075022

1 から連続整数を並べた数の素数は現在みつかっていません。

$$12 = 2^2 \times 3$$
$$123 = 3 \times 41$$
$$1234 = 2 \times 617$$
$$12345 = 3 \times 5 \times 823$$
$$123456 = 2^6 \times 3 \times 643$$
$$1234567 = 127 \times 9721$$
$$12345678 = 2 \times 3^2 \times 47 \times 14593$$
$$123456789 = 3^2 \times 3607 \times 3803$$
$$123\cdots1011 = 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 67 \cdot 107 \cdot 630803$$
$$123\cdots1213 = 113 \times \cdots \times 869211457$$

「この数は素数にはならないという証明もされていないようです。」(Oz)

$\boxed{0}$

数学で 0 次元は点の世界です。点は位置だけの情報をもち大きさはありません。1 次元は線, 2 次元は面, 3 次元は空間を表します。次元は dimension で表すことから 3 次元のことを 3D と表します。

$\boxed{2}$

整数列大辞典 $A000040$

2 点で直線が決まります。図形の面積は (縦)×(横) の 2 要素で求めます。多面体の頂点の数 (v) と辺の数 (e) と面の数 (f) の間にオイラーの多面体定理が成り立ちます。

$$v-e+f=2$$

「穴の開いた立体に拡張された公式もあります。」(Oz)

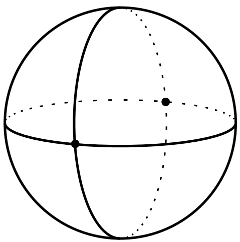
$\boxed{2}$

2 本の平行線の中から平行線をみると…。

「2 本の平行線が交わる点を"無限遠点"といいます。」(Oz)

$\boxed{2}$

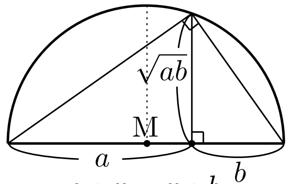
ユークリッド幾何学では
2 直線は1点でしか交わ
りません。しかし非ユー
クリッド幾何学では…。



「面が変わればその中の直線の性質
も変わるということです。」(Oz)

$\boxed{2}$

コンパスと三角定規で
$\sqrt{ab}$ が作図できます。



$$a : x = x : b$$
$$x^2 = ab$$

「三角形の相似から証明できます。
また円の半径が $r = \frac{a+b}{2}$ より相
加平均と相乗平均の大小関係も表
しています。」(Oz)

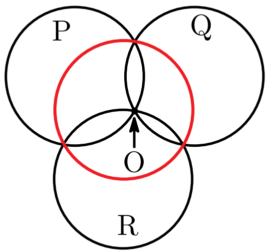
$\boxed{3}$

整数列大辞典
*A*008585

コンパスと三角定規を
使ってできる作図可能
な最小整数角は3°です。
180°→ 90°→ 45°
正三角形から
60°→ 30°→ 15°
正五角形の作図から
72°→ 36°→ 18°→ 9°
108°→ 54°→ 27°
組み合わせてできる最
小整数角が 3° です。

4

3 つの同じ半径の円 P, Q, R が点 O を通るとき，この円の他の交点は同じ半径の同一円周上にあります。ジョンソンの定理といいます。

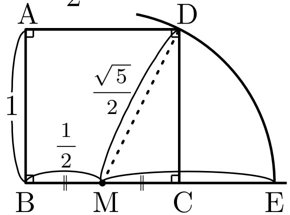


5

整数列大辞典
A001622

黄金比の作図は正五角形の作図でできます。

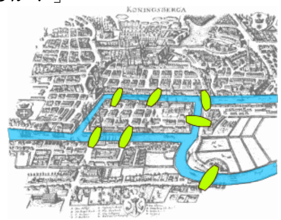
$$\frac{1}{2}+\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+1^2}$$
$$=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=\mathrm{BE}$$



7

オイラーが解決したケーニヒスベルクの 7 つの橋の問題を知っていますか？

「7 つの橋を 2 度通らずに全て渡って元の所に帰ってくることができるか？」

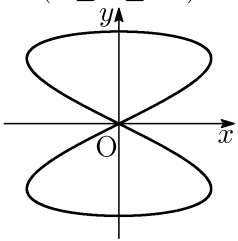


8

リサージュ曲線で数字の8を書きました。

$$\begin{cases} x = \sin(2t) \\ y = -\sin(t) \end{cases}$$

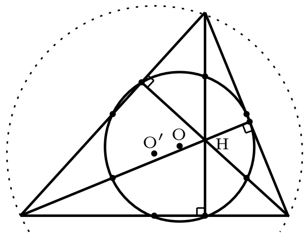
$$(0 \leqq t \leqq 2\pi)$$



9

九点円は三角形の9個の点を通る円です。

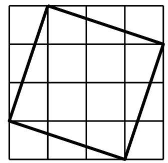
①3辺の中点
②3頂点の垂線の足
③垂心と3頂点の中点
九点円の中心Oは垂心Hと外心O′の中点で半径は外接円の半分です。



10

整数列大辞典
$A001481$

面積10の正方形は一辺が1の格子状の正方形から作れます。

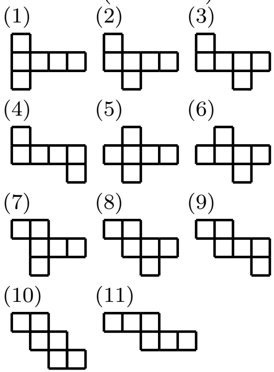


作ることのできる正方形の面積は2つの数の平方和で表せます。

$$10 = 1^2 + 3^2$$

11

立方体の展開図は 11 種類です。(36参照)



12

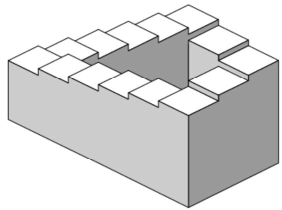
整数列大辞典
*A*053016

正多面体 (すべての面が同じ正多角形で, すべての頂点で集まる面の数が等しい凸多面体) の 4 番目に面が多い立体は正十二面体です。

正多面体	面の形	辺	頂点
正四面体	正三角形	6	4
正六面体	正方形	12	8
正八面体	正三角形	12	6
正十二面体	正五角形	30	20
正二十面体	正三角形	30	12

14

ペンローズの階段は 14 段です。数学では錯視図形の分野です。

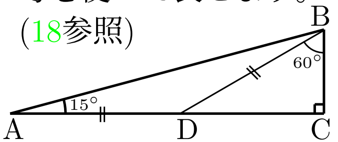


「実現不可能な図形を考えることができることがすごい！」(Oz)

15

整数列大辞典
*A*019824

15 の倍数の三角比は根号を使って表せます。(18参照)



$$\sin 15^\circ = \cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 15^\circ = \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

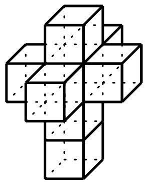
$\tan 15^\circ = 2-\sqrt{3}$

$\tan 75^\circ = 2+\sqrt{3}$

「高校に行っても数学を嫌いにならないで〜。」(Oz)

16

4 次元の立方体は「超立方体」といいます。展開図を載せました。頭の中だったら組み立てできます。挑戦してみてください。できた立体の面は24個，辺は32本，頂点は16個です。



「正面から見ると十字架です。」(Oz)

17

整数列大辞典
*A*045544

正 17 角形の作図が可能なことをガウスが発見しました。17 がフェルマー素数だからです。

$$17 = 2^{2^2}+1$$

これより作図可能な正多角形は奇数の因数をもたない4とフェルマー素数との公倍数と 2 を乗じてできる正多角形とわかりました。

18

整数列大辞典
A019827

18 の倍数の数の三角比は黄金比 (φ) を使って表せる数があります。

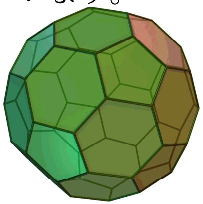
$$\sin 18^\circ = \cos 72^\circ = \frac{1}{2\varphi}$$
$$= \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$$
$$\sin 54^\circ = \cos 36^\circ = \frac{1}{2}\varphi$$

(15, 36, $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$参照)

「正五角形からできる黄金三角形から求めることができます。」(Oz)

20

正二十面体からできるサッカーボールの形に名前があることを知りました。切頂（せっちょう）二十面体といいます。

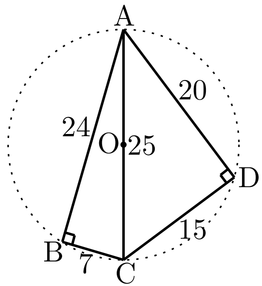


「名前も知らないで授業していたなんて恥ずかしい…。」(Oz)

25

整数列大辞典
A084646

すべての辺の長さが整数で斜辺の長さが等しい 2 つの直角三角形をみつけました。



27

整数列大辞典
$A000096$

27 は 9 角形の対角線の本数です。n 角形の対角線の数 m は $\dfrac{n(n-3)}{2}$ で求められます。

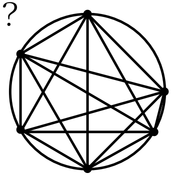
角形	数	角形	数	角形	数
4	2	9	27	14	77
5	5	10	35	15	90
6	9	11	44	16	104
7	14	12	54	17	119
8	20	13	65	18	135

「$n=m$ は五角形だけです。」(Oz)

31

整数列大辞典
$A000127$

円周上に点をとりそれぞれの点を結ぶと円は何個に分割されるでしょう？

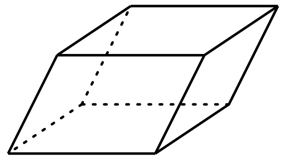


点の数	1	2	3	4	5	6	7
分割数	1	2	4	8	16	31	57

「2の等比数列が突然…。この数列はパスカルの三角形の左側から 5 項の和です。」(Oz)

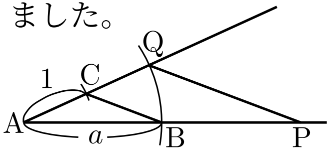
36

立方体の異なる展開図がどうして 11 種類なのか…謎が解けました。平行六面体の異なる展開図が36種類で,立方体はその形状から11種類になるということです。



49

デカルト(1596-1650)は代数学を幾何で表しました。



BC//PQのときAP $= a^2$ となり図形で平方数を表すことが可能になりました。

「当時は画期的なことだったんじゃないかと感じました。」(Oz)

51

整数列大辞典 $A016064$

3 連続整数の辺で作る三角形の面積が整数になる場合です。3 番目の三角形の最小の辺が 51 です。

順	a ($A016064$)	b	c	面積 ($A011945$)
①	3	4	5	6
②	13	14	15	84
③	51	52	53	1170
④	193	194	195	16296
⑤	723	724	725	226974
⑥	2701	2702	2703	3161340

「①は直角三角形です。」(Oz)

56

整数列大辞典 $A000124$

平面上で直線を 10 本引くと最大 56 の領域に分かれます。n本の直線のときの領域の数はパスカルの三角形の $n+1$ 段の左から 3 項の和です。

$$a_n = \frac{n^2+n+2}{2}$$

「空間を平面で切り分けるときの領域の数はパスカルの三角形の左から 4 項の和です。4 次元空間を 3 次元超平面で切り分けるときは 5 項の和です。」(Oz)

60

整数列大辞典
A069976

60° は正三角形の内角です。正多角形の内角は以下の通りです。

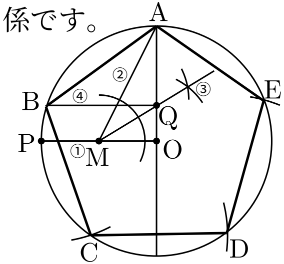
角形	内角	角形	内角
3	60°	8	135°
4	90°	9	140°
5	108°	10	144°
6	120°	11	約147°
7	約129°	12	150°

「内角の大きさが整数になる正多角形は22種類しかありません。これは 3 以上の 360 の約数が 22 個しかないからです。」(Oz)

(360参照)

72

72°は正五角形の中心角および外角です。正五角形は対角線の長さが等しく辺の比とは黄金比の関係です。

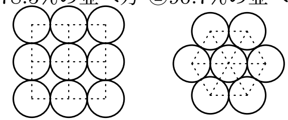


①の M は OP の中点

74

球を空間内ですき間を最小にする並べ方は 2 通りありどちらも 74% の密度です。下の図は平面上での並べ方で 2 が最も密な並べ方です。

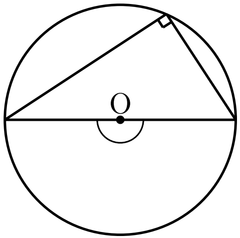
①78.5%の並べ方 ②90.7%の並べ方



「球の並べ方の名前は"六方最密充填構造"と"面心立方格子構造"です。」(Oz)

90

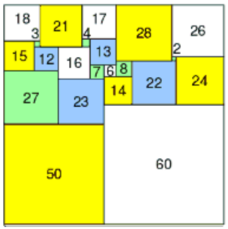
数学の歴史の最初は紀元前 600 年ごろ活躍したターレス (Thales) から始まります。



「ターレスなのかタレスなのかそれが問題だ！」(Oz)

110

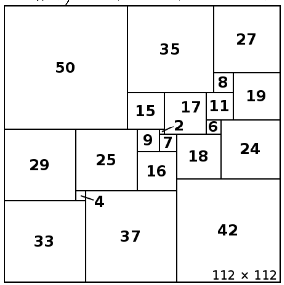
正方形を異なる正方形で分割する「ルジンの問題」で22個で分割する正方形の1辺の長さは110です。(112参照)



112

整数列大辞典
A014530

112は正方形を異なる正方形で分割する「ルジンの問題」の最小解(21個)の1辺の長さです。



180

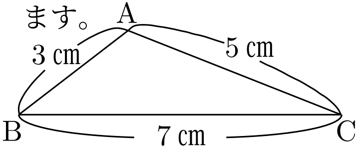
180°は三角形の内角の和です。でもそれはユークリッド幾何での話です。(0, 2参照)

北極から赤道に向かい,赤道に達したら東に向かって $\frac{1}{4}$ 周移動したのち北極に戻ります。この三角形の内角の和は？

「正解は $90^\circ \times 3 = 270^\circ$ です。三角形の内角の和は180°という常識は球面では通用しません。」(Oz)

357

3 辺が 3, 5, 7 の鈍角三角形の鈍角の大きさは余弦定理で求めることができます。



$$\cos \mathrm{A} = \tfrac{3^2+5^2-7^2}{2\times3\times5}$$
$$= -\tfrac{1}{2}$$
$$\angle \mathrm{A} = 120^\circ$$

「3桁で表せる辺の組は後2つあり378と578で60°です。」(Oz)

360

整数列大辞典
A018412

360 の 3 以上の約数の正 n 角形は内角が整数になる正多角形です。

$$a_n = \frac{180(n-2)}{n}$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

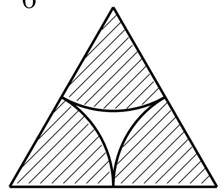
360 の約数の個数が 24 個から内角が整数になる正多角形は 1 と 2 の約数を除き 22 個あります。(60参照)

907

整数列大辞典
A093766

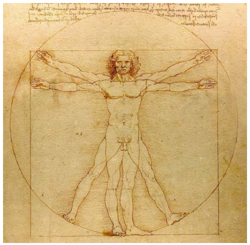
平面における円の最密充填率が約 90.7% です。この値は $\dfrac{\sqrt{3}\,\pi}{6}$ の近似値です。(74参照)

$$\frac{\sqrt{3}\,\pi}{6} \fallingdotseq 0.90689\cdots$$



1487

1487年頃ダ・ヴィンチが円と正方形と人間を美しく表現しました。「ウィトルウィウス的人体図」といいます。

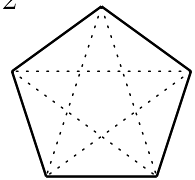


1618

整数列大辞典 *A001622*

1618×10^{-3} は黄金比の数字列です。この値はギリシャ文字 φ(ファイ)で表します。(36, 618参照)

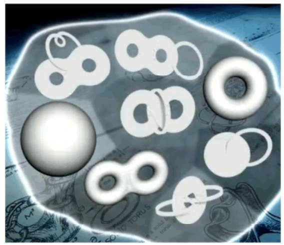
$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \fallingdotseq 1.618033\cdots$$



「正五角形の対角線と 1 辺の長さの比は黄金比です。」(Oz)

2003

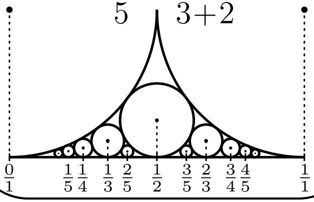
2003年サーストンの「幾何化予想」がペレリマンによって証明され,難問ポアンカレ予想が解決されました。



$\boxed{\dfrac{2}{5}}$

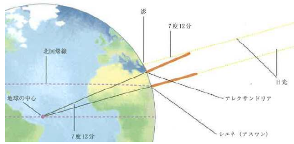
整数列大辞典
A059956

フォードの円は2つの円に接する円の集まりです。円の中心の位置は接する円の分母と分子の和からなる分数です。 $\dfrac{2}{5}=\dfrac{1+1}{3+2}$



$\boxed{\dfrac{36}{5}}$

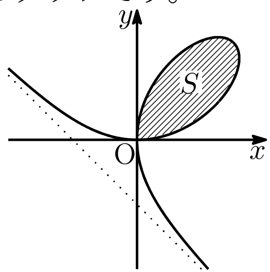
紀元前200年エラトステネスは地球の大きさを測りました。影の角度の測定値は$\dfrac{36^\circ}{5}=7.2^\circ$でした。



「天才です。」(Oz)

$\boxed{\dfrac{3}{2}}$

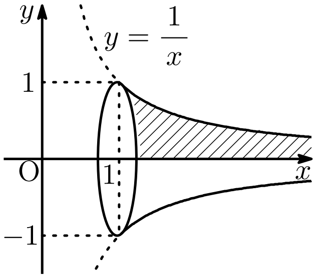
デカルトの葉曲線の囲まれた面積は $\dfrac{3}{2}$ です。方程式 $x^3+y^3-3xy=0$ のグラフです。



π

整数列大辞典
A000796

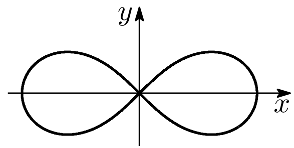
反比例のグラフの中に円周率 π があるのはご存知ですか？



「x 軸で回転させてできるラッパみたいな形の体積が π です。」(Oz)

∞

無限大の記号の形になる曲線の数式をみつけました。カッシーニの卵形線といいます。

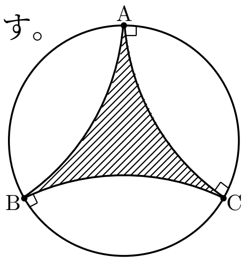


$$(x^2+y^2)^2-2(x^2-y^2)=0$$

「数学セミナー2022年4月号から学びました。4 次曲線の仲間です。原点 O は美しくないので除きました。」(Oz)

$\boxed{0}$

ポアンカレ円板からできる周上に頂点をもつ三角形の内角の和は0°です。



「ポアンカレ円板上の直線は円周と直角に交わる2点を通る円弧です。」(Oz)

$\boxed{2}$

球面における円の円周率は π より小さい値で $0 <$(円周率)$< \pi$ です。

地球の半径を r とすると赤道の円周は $2\pi r$ です。この円の球面上の半径は北極点を中心とする大円の長さです。よって直径は πr です。したがって円周率は 2 になります。南半球の円を北極点を中心とした円とみたときこの値よりも小さくなります。

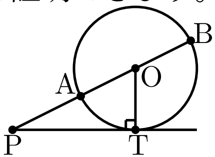
「球面幾何学は不思議なことが一杯です。高校数学の教材にならないかなぁ〜。」(Oz)

$\boxed{2}$

相加平均と相乗平均は数学 II で学習します。

$$\frac{a+b}{2} \geqq \sqrt{ab}$$

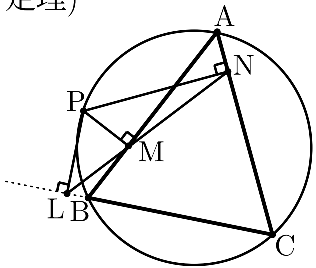
図で証明できます。



$\mathrm{PA} = a$, $\mathrm{PB} = b$ とし,「方べきの定理」より $ab = \mathrm{PT}^2$ がなりたち $\mathrm{PO} = \dfrac{a+b}{2}$ と $\mathrm{PO} \geqq \mathrm{PT}$ から立式できます。

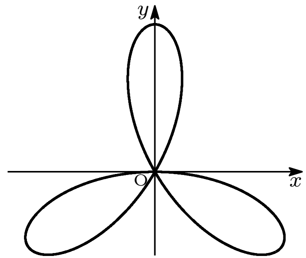
$\boxed{3}$

三角形の外接円上の点から各辺に垂線を降ろすと交点は一直線上になります。(シムソンの定理)



$\boxed{3}$

三菱のマークにも似た形をみつけました。

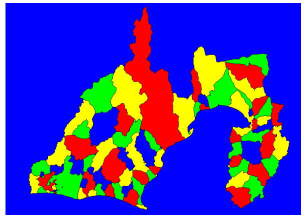


$$(x^2+y^2)^2+3x^2y-y^3=0$$

「$f(x,\, y)=0$ の関数は陽関数または陰関数といいます。」(Oz)

$\boxed{4}$

地図の色分けは 4 色あれば可能です。四色定理といいます。

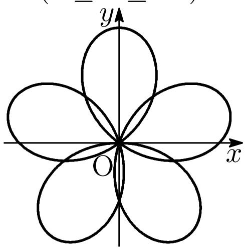


「上の地図は自分が住んでいる静岡県です。授業でやりましたが地図の色塗りは意外と面白いです。」(Oz)

$\boxed{5}$

正葉曲線で桜の 5 枚の花弁を書きました。

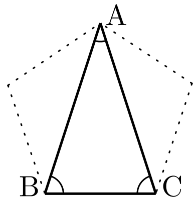
$$r = \sin\left(\frac{5(\theta-\pi)}{3}\right)$$
$$(0 \leqq \theta \leqq 3\pi)$$



「極方程式といいます。」(Oz)

$\boxed{36}$

二等辺三角形の等辺と底辺との比が黄金比のときこの三角形を黄金三角形といいます。頂角は36°で底角は72°です。

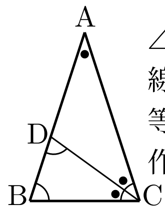


「正五角形の真ん中にできる三角形です。」(Oz)

$\boxed{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$

整数列大辞典
$A001622$

黄金三角形の異なる 2 辺の長さは黄金比です。



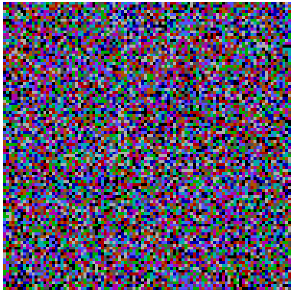
∠C の二等分線が 2 つの二等辺三角形を作ります。

AB $= x$, BC $= 1$ のときAB : CD = BC : DB から $x^2 - x - 1 = 0$ が導き出されます。(36参照)

π

整数列大辞典
A000796

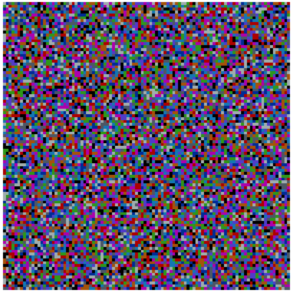
小数点以下1万桁の円周率 π の絵です。出現する数をカラー番号で表示しました。



e

整数列大辞典
A001113

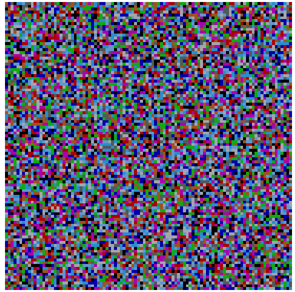
小数点以下1万桁の自然対数の底 e の絵です。出現する数をカラー番号で表示しました。



φ

整数列大辞典
A001622

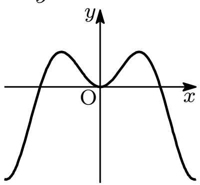
小数点以下1万桁の黄金比 φ の絵です。出現する数をカラー番号で表示しました。



$\boxed{\mathrm{M}}$

M の形がグラフで表現できたので書き留めておきます。

$$y=\theta\sin\theta$$

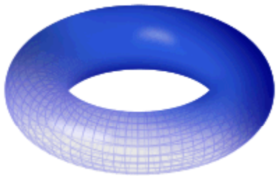


「数の話の中に文字がとうとう入ってしまった。」(Oz)

$\boxed{\mathrm{V}}$

ドーナツの形は数学ではトーラスといいます。体積は断面の円の中心の円周の長さを乗じると求められます。

$$V=\pi r^2\times 2\pi R$$



あとがき

「数学の数」を作成するにあたって不合格になった原稿を集めました。1〜100 まで埋まったのでまとめました。気に入った話があったら切り貼りして自分の「数学の数」を作ってください。

Version 1.1
数表カレンダーを追加しました。
Version 1.11
「MMDDの数」を独立させました。
Version 1.12
幾何編と素数編を作成しました。

2018 年 11 月 24 日
小澤茂昌

数学の数 2

2015 年　5 月 28 日　Ver1.0　第 1 刷発行
2015 年　9 月 28 日　Ver1.1　第 1 刷発行
2018 年　3 月 17 日　改訂版　第 1 刷発行
2018 年 11 月 24 日新改訂版第 1 刷発行

著者　小澤（おざわ） 茂昌（しげまさ）
発行者　小澤 茂昌
発行所　和泉書院
郵便振替　00850 − 0 − 69925
定価はありません。
Web-page: http://furano.uijin.com/index.html
mail: furano@po2.across.or.jp

$\boxed{0}$

晩酌のつまみに亀田製菓の柿の種をつまんでいたら袋の裏面に「こばなしのたね」がありました。

「ゼロが「全くなにもない」という意味に対し，レイには「極めて小さい，わずかな」という意味がある。」

「このことから 0%は"レイパーセント"と読むそうです。小数を言い表すときには"レイ点…"だ。数の表し方は難しい…。」(Oz)

$\boxed{2}$

整数列大辞典
$A007531$
$A034262$

立方根の無限多重根号の形です。(3, 6参照)

$$2=\sqrt[3]{6+\sqrt[3]{6+\sqrt[3]{6+\cdots}}}$$

$$2=\sqrt[3]{10-\sqrt[3]{10-\sqrt[3]{10-\cdots}}}$$

$n=\sqrt[3]{A\pm n}$ からAを求めることができます。

「+の形は3連続整数の積の数で，−はn^3+nの数で表します。また m 乗根は $n^m\pm n$ の数です。」(Oz)

$\boxed{2}$

整数列大辞典
$A007088$

コンピュータが使う 2 進数は 0 と 1 の 2 つの数で計算します。

演算 / 組合せ	論理積 (AND)	論理和 (OR)
(0, 0)	0	0
(0, 1)	0	1
(1, 1)	1	1

あと否定(NOT)を組み合わせます。

「ブール代数という分野です。高校を飛び越えて大学数学です。でも楽しかった思い出があります。」(Oz)

$\boxed{2}$

整数列大辞典
$A002061$

最高次数の係数が 1 の多項式はモニック多項式といいます。以下の式は $mod\ 2$ の整数係数モニック方程式です。

順	2 次方程式	解
①	$x^2+x+1=0$	$\omega,\ -1-\omega$
②	$x^2-x-1=0$	$\varphi,\ 1-\varphi$
③	$x^2-x+1=0$	$\omega+1,\ -\omega$
④	$x^2+x-1=0$	$\varphi-1,\ -\varphi$

「2 つの解の積は 2 次方程式の定数項の値です。②と④は実数解なので中学生にもわかります。」(Oz)

$\boxed{3}$

3 次方程式の解の公式を知りたいと思いませんか？

$$ax^3+bx^2+cx+d=0$$

$$\begin{cases} X=-27a^2d+9abc-2b^3 \\ Y=3ac-b^2 \end{cases}$$

$$Z=\frac{\sqrt[3]{\sqrt{X^2+4Y^3}+X}}{\sqrt[3]{2}}$$

とすると

$$x_1=\frac{1}{3a}\left(Z-\frac{Y}{Z}-b\right)$$

$$x_2=\frac{1}{3a}\left(-\omega Z+\omega^2\frac{Y}{Z}-b\right)$$

$$x_3=\frac{1}{3a}\left(-\omega^2 Z+\omega\frac{Y}{Z}-b\right)$$

$\boxed{3}$

インドの数学者ラマヌジャン(1887-1920)は以下の式を雑誌に投稿しました。

$$3=\sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+\cdots}}}$$

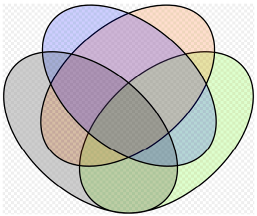
「どうやったらこんな美しい式がイメージできるのだろう。ご教授をお願いしたい。」(Oz)
「同僚のT教諭の援助で一般式を理解できました。ありがとうございました。一般式は

$$F(x)^2=1+xF(x+1)$$

から左辺と右辺の次数を比べて $F(x)=x+1$ になります。」(Oz)

4

4 つの集合からできる $2^4 = 16$個の部分集合の領域を表すベン図は楕円を使います。



「11 個の集合のベン図が 2012 年に発見されました。」(Oz)

5

一般の 5 次以上の代数方程式の解の公式は存在しないことをガロア (1811-1832) が示した後決闘で亡くなりました。20 年の人生でした。一言で書くと, x の解の個数 5 個からできる解の可換群 $5! = 120$ 個が可換複素数群で表すことができないからです。

5

お湯の温度はニュートンの冷却の法則で近似でき, 室温との温度差 x に比例しながら下がります。時間 t との関係式は高校の数 III で学習する微分方程式です。

$$\frac{dx}{dt} = -kx$$

$$x = Ae^{-kt}$$

「A, k は定数です。だいたい最初の 5分で約10° 下がります。」(Oz)

6

整数列大辞典
$A002378$

平方根を使った無限多重根号です。(2参照)

$$6=\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\cdots}}}$$

$$6=\sqrt{42-\sqrt{42-\sqrt{42-\cdots}}}$$

$n=\sqrt{A\pm n}$ から

$$A=n^2\mp n=n(n\mp 1)$$

「無限多重根号を決定する数に矩形数が出現しました。数も密接につながっているんですね。」(Oz)

7

整数列大辞典
$A000073$
$A092836$

フィボナッチ数が2数の和でできるのに対し3数の和で作るトリボナッチ数があります。7は4番目のトリボナッチ数です。4数の和のテトラナッチ数もあります。

順	数	順	数	順	数	順	数
⓪	1	④	7	⑧	81	⑫	927
①	1	⑤	13	⑨	149	⑬	1705
②	2	⑥	24	⑩	274	⑭	3136
③	4	⑦	44	⑪	504	⑮	5768

8

8倍して1を加えた数が平方数ならば三角数です。

$$\sqrt{8N+1}$$

n に関する2次方程式

$$\frac{n(n+1)}{2}=N$$

を解けば何番目かがわかります。

「4倍して1を加えた数が平方数ならば矩形数です。」(Oz)

9

ディオファントス方程式の美しい式を発見！

$$x^m - y^n = 1$$

x, y, m, n すべて 2 以上の数で上の式を成り立たせる数は…

$$3^2 - 2^3 = 1$$

この 1 組だけ！

「カタランが1844年に予想し,2002年ミハイレスキュが証明。すごいし美しい！累乗数で差が1の数は8と9しかないということです。」(Oz)

13

整数列大辞典
*A*329109

13と14はともに逆数が循環節 6 の循環小数になります。Nと$N+1$の逆数が同じ長さの循環節になる数です。

順	N	循環節	順	N	循環節
①	13	6	⑥	350	6
②	77	6	⑦	397	99
③	104	6	⑧	1095	8
④	158	13	⑨	1213	202
⑤	259	6	⑩	1453	726

「この数列は 2019 年 11 月に整数列大辞典に登録されました。3連続最小は 2426〜2428 です。」(Oz)

14

整数列大辞典
*A*068092

14 までの自然数を加えると初めて 3 桁の数になります。平方和は 14^2 まで加えると 4 桁になり,立方和は 5 桁になります。

最小数	2桁	3桁	4桁	5桁
自然数	4	14	45	141
平方和	3	7	14	31
立方和	3	4	8	14

14 整数列大辞典 $A014206$

球を球の中心を通る円(大円)で切断するとき4回目で何個に分割することができるのでしょう？

$$a_n = n^2 - n + 2$$

回数	1	2	3	4	5
分割数	2	4	8	14	22

「2の等比数列の突然変化です。果物で実験できます。」(Oz)

(31参照)

15 整数列大辞典 $A062099$

15は5番目の三角数です。各位の和が三角数になる三角数です。

$$1+5=6$$

順	数	順	数	順	数
①	1	⑧	55	⑮	210
②	3	⑨	78	⑯	231
③	6	⑩	91	⑰	253
④	10	⑪	105	⑱	276
⑤	15	⑫	120	⑲	300
⑥	21	⑬	136	⑳	325
⑦	28	⑭	190	㉑	406

16 整数列大辞典 $A000079$

パスカルの三角形の5段目の数の和は16です。n段目の数の和は2^{n-1}です。二項定理から証明できます。

$$\begin{aligned} & 2^4 \\ &= (1+1)^4 \\ &= {}_4C_0 + {}_4C_1 + {}_4C_2 + {}_4C_3 + {}_4C_4 \\ &= 1+4+6+4+1 \\ &= 16 \end{aligned}$$

「二項定理とは$(a+b)^n$の各項が${}_nC_r a^{n-r} b^r$で表せる定理です。数学IIで学習します。」(Oz)

17

ガウス (1777-1855) は正 17 角形が定規とコンパスで作図可能であることを代数的解法で示しました。

$$(x^{17}-1)$$
$$=(x-1)(x^{16}+x^{15}+\cdots+x+1)$$

「17 が素数であることと, この16乗の式は4回の2次方程式の解法で解くことができることから作図可能であることに気がついたのです。作図不可能最小正多角形の正七角形は $7-1=6$ からの 6 乗の式が3次方程式を解かなくてはならないので不可能です。」(Oz)

25

整数列大辞典
A134422
A198387

25と24が仲良しの数に気づきました。

$$5^2+24=49=7^2$$
$$5^2-24=\ 1\ =1^2$$

順	x *A009003*	x^2 *A134422*	n *A198387*
①	5	25	24
②	10	100	96
③	13	169	120
④	17	289	240

「x の 2 乗にある数 n を加えても引いても平方数になる関係です。n の値はすべて24の倍数です。13世紀の数学者フィボナッチの研究成果です。」(Oz)

26

整数列大辞典
A046459

26 を 3 乗した数の各位の和は 26 です。この性質の自然数は 6 つあり, 26 は 5 番目です。

$$26^3=17576$$
$$1+7+5+7+6=26$$

n乗	数	整数列大辞典
2	1, 9	
3	1, 8, 17, 18, 26, 27	*A046459*
4	1, 7, 22, 25, 28, 36	*A055575*
5	1, 28, 35, 36, 46	*A055576*
6	1, 18, 45, 54, 64	*A055577*

27

整数係数からなる不定方程式のディオファントス方程式に挑戦してみませんか？求める x, y は唯一の整数解です。(9参照)

$$y^3 = x^2 + 2$$

「書籍『オイラー博士の素敵な数式』の P49 に載っていました。答えは $x = 5$, $y = 3$ です。1770年にオイラーが証明しました。簡単でしたか？差が 2 の累乗数は25と27しかないということです。」(Oz)

28

オイラーは神の存在を式で証明しました。

$$\frac{a + b^n}{n} = x$$

Ozの"神の存在証明"は平成28年が2016年だという指摘です。

$$28 = 2^2 \times (2^3 - 1)$$

$$2016 = 2^5 \times (2^6 - 1)$$

「まだあります。明治と大正は三角数, 昭和は超完全数64年, 平成はメルセンヌ素数31年, 令和は大化から完全数の半分の248番目。」(Oz)

30

整数列大辞典 $A002110$

30 は 3 つの素因数が 3 連続素数になる特別な楔(くさび)数です。30 は最小の楔数です。(78参照)

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

順	3連続 ($A046301$)	4連続 ($A046302$)	5連続 ($A046303$)
①	30	210	2310
②	105	1155	15015
③	385	5005	85085
④	1001	17017	323323
⑤	2431	46189	1062347

①は素数階乗です。

31

整数列大辞典
*A*002061

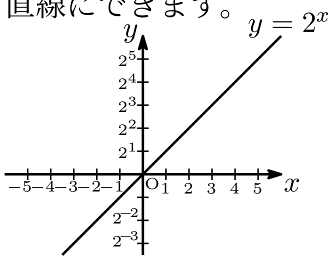
31 は n^2+n+1 で表せます。この数は N^2-N+1 の形でも表すことができ, このことから 2 つの分数式で表せます。

$$\begin{aligned} 31 &= 5^2+5+1 \\ &= 6^2-6+1 \\ &= \frac{5^3-1}{5-1} = \frac{6^3+1}{6+1} \end{aligned}$$

「高校の数 I の整数の単元における証明の試験問題にはうってつけの問題と感じました。」(Oz)

32

32 は 2^5 です。$y = 2^x$ のグラフは曲線ですが y 軸の目盛りを変えれば直線にできます。



「曲線をまっすぐにしてしまう技です。反比例は $\frac{1}{n}$ の目盛りです。」(Oz)

33

整数列大辞典
*A*007632
*A*006995
*A*002113

33 は 2 進数表現でも 10 進数表現でも回文数になる数です。

$$33 = 100001_{(2)}$$

順	数	順	数	順	数
①	1	⑤	9	⑨	585
②	3	⑥	33	⑩	717
③	5	⑦	99	⑪	7447
④	7	⑧	313	⑫	9009

「"聖母の数"を研究していたら気がつきました。いや〜神さまはいろいろな数を勉強させてくれます。感謝！」(Oz)

35

整数列大辞典
A005898

35 は連続整数の立方和で表せる数です。

$$35 = 2^3 + 3^3$$

$$n^3 + (n+1)^3 = (2n+1)(n^2+n+1)$$

n	数	n	数	n	数
1	9	4	189	7	855
2	35	5	341	8	1241
3	91	6	559	9	1729

「連続素数の立方和とみたときは A133534 を, n からの n 連続整数の立方和は A240137 参照してください。」(Oz)

42

整数列大辞典
A059826

42 は n^5+n^3+n の形の累乗和で表せます。

$$42 = 2^5 + 2^3 + 2$$

n	数	n	数
1	3	4	1092
2	42	5	3255
3	273	6	7998

「整数列大辞典は非常に便利なツールです。これは米国の数学者ニール・スローンが自身の研究のために作成し始めたのですが, 現在はOEIS財団に管理が移譲されています。この数列はありませんが n^4+n^2+1 がありました。」(Oz)

(273参照)

43

整数列大辞典
A003504

$n = 43$ のときのゲーベル数列の項 a_{43} は初めて整数でなくなります。

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n = \dfrac{1+a_0^2+a_1^2+\cdots+a_{n-1}^2}{n} \end{cases}$$

n	数	n	数	n	数
1	1	4	5	7	154
2	2	5	10	8	3520
3	3	6	28	9	1551880

「a_{43} は約1700億桁の数です。整数列大辞典にも a_{15} までしか載っていませんでした。立方和は a_{89} で整数ではなくなります。」(Oz)
(数学セミナー 2020年 6月号)

44

整数列大辞典
A073916

44 は約数を 6 個もちます。約数を 6 個もつ 6 番目の数です。以下の数は約数を n 個もつ n 番目の数です。

$$44 = 2^2 \times 11$$

n	数	n	数
1	1	5	14641
2	3	6	44
3	25	7	24137569
4	14	8	70

48

整数列大辞典
A000165
A001147

48 は二重階乗で表せます。二重階乗とは偶数の総乗または奇数の総乗です。

$$48 = 6\,!! = 2 \times 4 \times 6$$

n	$(2n)!!$	$(2n-1)!!$
1	2	1
2	8	3
3	48	15
4	384	105
5	3840	945

「記号というのは便利です。」(Oz)

51

整数列大辞典
A008856

51 の立方数は下 2 桁が 51です。nとn^3の下 2 桁が同じになる数です。

$$51^3 = 1326\mathbf{51}$$

下 2 桁が 00, 01, 24, 25, 49, 51, 75, 76, 99 の立方数がこの性質をもちます。n^2とn^4も同じになります。(76参照)

54

整数列大辞典
$A025323$

54 は 3 つの数の平方和 3 通りで表せる最小の数です。(62, 65参照)

$$54 = 1^2+2^2+7^2$$
$$= 2^2+5^2+5^2$$
$$= 3^2+3^2+6^2$$

異なる 3 つの数の平方和のときは15番目です。

「平方和を作る数の和がそれぞれの数に対応できることに気づきました。この 54 の場合は 34 です。整数列大辞典を超えてしまっている研究でした。」(Oz)

55

整数列大辞典
$A002817$

55 は 10 番目の三角数です。三角数番目の三角数です。

$$T_{T_n} = \frac{n(n+1)(n^2+n+2)}{8}$$

「上の式は三角数を表す式の n にさらに自身を代入すると出現します。分子からなる数列は $A247727$ です。」(Oz)

n	数	n	数	n	数
1	1	5	120	9	1035
2	6	6	231	10	1540
3	21	7	406	11	2211
4	55	8	666	12	3081

57

整数列大辞典
$A002061$

$n = 7$ のときの n^2+n+1 の値は 57 です。この形の数は 2 つの三角数の和で表せます。

$$7^2+7^1+1 = 21+36$$

三角数の漸化式です。

$$T_{n-1}+T_{n+1} = n^2+n+1$$

「数列を知っていれば証明もすぐできます。」(Oz)

$$T_{n-1}+T_{n+1}$$
$$= \frac{(n-1)n}{2} + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$
$$= n^2+n+1$$

62

整数列大辞典 *A025415*

62 は異なる 3 つの数の平方和 2 通りで表せる最小の数です。

$$62 = 1^2+5^2+6^2$$
$$= 2^2+3^2+7^2$$

n通り	最小数	n通り	最小数
1	14	6	314
2	62	7	341
3	101	8	446
4	161	9	689
5	206	10	734

(54, 65参照)

65

整数列大辞典 *A093195*

65 は異なる 2 つの数の平方和 2 通りで表せる最小の数です。

$$65 = 1^2+8^2$$
$$= 4^2+7^2$$

n通り	最小数	整数列大辞典
1	5	*A025302*
2	65	*A025303*
3	325	*A025304*
4	1105	*A025305*
5	8125	*A025306*

(54, 62参照)

71

整数列大辞典 *A056220*

71 はチェビシェフ多項式 $T_2(6)$ の値です。チェビシェフ多項式とは

$$T_0 = 1,\ T_1 = x,$$
$$T_n = 2xT_{n-1} - T_{n-2}$$

からなる多項式です。

T_n	多項式	整数列大辞典
T_2	$2x^2-1$	*A056220*
T_3	$4x^3-3x$	*A144129*
T_4	$8x^4-8x^2+1$	*A144130*
T_5	$16x^5-20x^3+5x$	*A243131*

「この式は$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$が由来です。」(Oz)

72

整数列大辞典 $A054602$

72 はフィボナッチ多項式 $F_4(4)$ の値です。フィボナッチ多項式とは

$$F_0 = 0,\ F_1 = 1,$$
$$F_n = xF_{n-1} + F_{n-2}$$

からなる多項式です。

F_n	多項式	整数列大辞典
F_3	x^2+1	$A002522$
F_4	x^3+2x	$A054602$
F_5	x^4+3x^2+1	$A057721$

「この式の係数の数列はパスカルの三角形にあります。探してみませんか？」(Oz)

73

A を 1 に B を 2 に対応させて言葉を数に表すと"Number"は 73です。"Perfect"も 73 でした。

「これって数は完全ってこと？」(Oz)

A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	3	4	5	6	7	8	9
J	K	L	M	N	O	P	Q	R
10	11	12	13	14	15	16	17	18
S	T	U	V	W	X	Y	Z	
19	20	21	22	23	24	25	26	

84

整数列大辞典 $A055112$

数列において平方和を表す公式は重要です。

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

84 は $n = 3$ のときの左辺の分子の値です。

n	数	n	数	n	数
1	6	5	330	9	1710
2	30	6	546	10	2310
3	84	7	840	11	3036
4	180	8	1224	12	3900

「この数は必ず 6 の倍数になります。証明できますか？」(Oz)

$\boxed{99}$ 整数列大辞典 $A000466$

99 は第二種チェビシェフ多項式 $U_2(5)$ の値です。第二種チェビシェフ多項式とは

$$U_0 = 1,\ U_1 = 2x,$$
$$U_n = 2xU_{n-1} - U_{n-2}$$

からなる多項式です。

U_n	多項式	整数列大辞典
U_2	$4x^2-1$	$A000466$
U_3	$8x^3-4x$	$A144138$
U_4	$16x^4-12x^2+1$	$A144139$

「この式は $\dfrac{\sin n\theta}{\sin\theta}$ が由来です。」(Oz)

$\boxed{100}$ 整数列大辞典 $A045991$

100 は n^3-n^2 で表せます。美しいです。

$$\begin{aligned}100 &= 4\times 5^2\\ &= 5^3-5^2\end{aligned}$$

n	n^3-n^2	n	n^3-n^2	n	n^3-n^2
1	0	8	448	15	3150
2	4	9	648	16	3840
3	18	10	900	17	4624
4	48	11	1210	18	5508
5	100	12	1584	19	6498
6	180	13	2028	20	7600
7	294	14	2548	21	8820

101 整数列大辞典 $A134808$

101の中央には0があります。ギリシア神話で1つ目の巨人(Cyclops)は顔の真ん中に目がありました。そのイメージなのでしょうサイクロプス数という名前が付いていました。

「数から生じるイメージを感じる感性が大切だと思いました。純粋に日本語に訳すと"一つ目小僧数"ですね。(笑)」(Oz)

230 整数列大辞典 $A002392$

常用対数表はあるのに自然対数表はありません。常用対数を自然対数に変換するには $\log_{10} e$ の逆数をかける必要があります。

$$\log_e N = \frac{\log_{10} N}{\log_{10} e}$$

$$\frac{1}{\log_{10} e} \fallingdotseq 2.3025\cdots$$

「常用対数はブリッグス, 自然対数はネイピアが開発しました。」(Oz)

276 整数列大辞典 $A216072$

$\sigma(n) - n$の数列をアリコット数列といいます。276 を初項とするときこの数列は発散します。発散する最小の数です。

$$276 \to 396 \to 696 \to 1104$$

「いまだ未解決の問題です。素数を含む多くの数は 0 で終わり, 完全数は自身をループ, ある周期を繰り返す数等があります。」(Oz)

564

整数列大辞典 $A087197$

円の面積 S から半径 r を求めるには $\dfrac{1}{\sqrt{\pi}}$ の値が必要です。

$$r=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}}\fallingdotseq 0.5641\cdots$$

数	数字列	整数列大辞典
$\frac{1}{\sqrt{\pi}}$	$0.5641\cdots$	$A087197$
$\frac{1}{\sqrt{e}}$	$0.6065\cdots$	$A092605$

2016

新しい発見というのは突然やってくるものです。496は完全数です。

$$\begin{aligned}&\sigma(496)+2^{10}\\&=992+1024\\&=2016\end{aligned}$$

$$\sigma^2(496)=\sigma(992)=2016$$

（ただし σ は約数関数です。）

「2016 年 8 月 14 日完全数を勉強していたら突然天から舞い降りてきました〜。美しいと感じました〜。3 日後に 2 番目の式を感じました。」(Oz)

2025

整数列大辞典 $A102766$

2025 は数の並びを変えないで区切った 2 つの数の和の平方が自身になるという数です。

$$(20+25)^2=45^2=2025$$

順	数	順	数	順	数
①	1	④	2025	⑦	10000
②	81	⑤	3025	⑧	88209
③	100	⑥	9801	⑨	494209

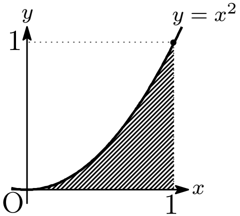
「この事が成り立つ平方数を作る元の数45をカプレカ数 ($A248353$) といいます。」(Oz)

$$\boxed{\frac{1}{3}}$$

美しい式は人の知性をくすぐります。

$$\int_0^1 x^{k-1}dx = \frac{1}{k} \quad (k > 0)$$

「数学のたのしみ創刊号 (1997年6月発行) でみつけました。」(Oz)

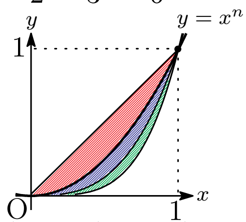


$$\boxed{\frac{1}{6}}$$

整数列大辞典
A002378

矩形数の逆数は x^n のグラフで表せます。

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$



「赤が $\frac{1}{6}$, 青が $\frac{1}{12}$, 緑が $\frac{1}{20}$, でそれぞれ $\frac{1}{2\times3}$, $\frac{1}{3\times4}$, $\frac{1}{4\times5}$ です。」(Oz)

$$\boxed{\sum_{k=1}^{\infty} 10^{-k\,!}}$$

整数列大辞典
A012245

有理係数からなる代数方程式の根として求めることができない数を超越数といいます。最初に発見された超越数が $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} 10^{-k\,!}$ です。リウヴィル数といいます。

$$\sum_{k=1}^{\infty} 10^{-k\,!} \fallingdotseq 0.1100010\cdots$$

「2 番目がe,3 番目がπです。」(Oz)

$\boxed{e}$

整数列大辞典
$A001113$

自然対数の底 e は階乗を使って表せます。

$$e=\frac{1}{0\,!}+\frac{1}{1\,!}+\frac{1}{2\,!}+\frac{1}{3\,!}+\cdots$$
$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n\,!}$$

「関数電卓があればかなり美しく感じることができます。そうそう自然対数の底 e をネイピア数と呼んでいるのは日本だけのようです。世界の主流は「オイラー数」のようです。e は Euler(オイラー) の頭文字のようです。」(Oz)

$\boxed{\gamma}$

整数列大辞典
$A001620$

γ(ガンマ)はオイラー定数です。この数は発見から 280 年経っても，有理数なのか無理数なのかさえわかっていません。予想は超越数とされています。

$$\gamma=\lim_{n\to\infty}\Bigl(\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}-\log n\Bigr)$$
$$\fallingdotseq 0.577215665\cdots$$

「オイラーは偉大！」(Oz)

$\boxed{\pi^2}$

整数列大辞典
$A002388$

数学の基本定数の平方数と立方数です。

数	数字列	整数列大辞典
π^2	$9.869\cdots$	$A002388$
e^2	$7.389\cdots$	$A072334$
φ^2	$2.618\cdots$	$A104457$
ρ^2	$1.754\cdots$	$A109134$

「φ^2 は $1+\varphi$ です。」(Oz)

数	数字列	整数列大辞典
π^3	$31.006\cdots$	$A091925$
e^3	$20.085\cdots$	$A091933$
φ^3	$4.236\cdots$	$A098317$

「φ^3 は $2+\sqrt{5}$ です。」(Oz)

π^π

整数列大辞典 $A073233$

π^π が超越数かどうかは不明です。(e^π参照)

$\pi^\pi \fallingdotseq 36.4621\cdots$

数	数字列	整数列大辞典
π^π	$36.462\cdots$	$A073233$
2^π	$8.824\cdots$	$A217459$
3^π	$31.544\cdots$	$A260629$
4^π	$77.880\cdots$	$A260634$
5^π	$156.992\cdots$	$A260635$
e^π	$23.140\cdots$	$A039661$
φ^π	$4.534\cdots$	$A212711$

「$e^{\pi\sqrt{183}}$ の値 ($A060295$) はほとんど整数 (ラマヌジャン定数:18 桁) だという記事がありました。」(Oz)

e^π

整数列大辞典 $A039661$

オイラーの公式から e^π が定義できます。この値は"ゲルフォントの定数"といい超越数です。

$$e^{i\pi} = \cos\pi + i\sin\pi$$
$$(e^{i\pi})^{-i} = (-1)^{-i}$$
$$e^\pi = (-1)^{-i}$$
$$\fallingdotseq 23.140692\cdots$$

「$e^\pi - \pi$ の値 ($A018938$) はほとんど20だという記事がありました。」(Oz)

($(-1)^i$ 参照)

e^e

整数列大辞典 $A073226$

e^e の数学における正体はまだ不明です。わかっているのは無限小数ということだけです。

数	数字列	整数列大辞典
e^e	$15.154\cdots$	$A073226$
2^e	$6.580\cdots$	$A262993$
3^e	$19.812\cdots$	
π^e	$22.459\cdots$	$A059850$
φ^e	$3.699\cdots$	$A212712$

φ^φ

整数列大辞典
*A*144749

φ^φ はどんな数なんでしょう？

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \fallingdotseq 2.1784\cdots$$

数	数字列	整数列大辞典
φ^φ	$2.178\cdots$	*A*144749
π^φ	$6.373\cdots$	*A*182549
e^φ	$5.043\cdots$	*A*139341
2^φ	$3.069\cdots$	

「詳しくわかったら報告します。」(Oz)

φ^n

整数列大辞典
*A*169985

黄金比の累乗φ^nはnが大きくなるとそれぞれある整数に近づきます。

n	数	n	数	n	数
1	1	7	29	13	521
2	2	8	47	14	843
3	4	9	76	15	1364
4	7	10	123	16	2207
5	11	11	199	17	3571
6	18	12	322	18	5778

$\varphi^{18} \fallingdotseq 5777.99977\cdots$
$\varphi^{19} \fallingdotseq 9349.00002\cdots$

「整数数列から定義されるリュカ数 *A*000032 とほとんど同じなことにびっくりしました。」(Oz)

$\sqrt{\pi}$

整数列大辞典
*A*002161

$\sqrt{\pi}$ はガウス積分の値です。($\sqrt{\pi}$参照)

$$\sqrt{\pi} \fallingdotseq 1.772453\cdots$$

数	数字列	整数列大辞典
$\sqrt{\pi}$	$1.772\cdots$	*A*002161
$\sqrt{2}$	$1.412\cdots$	*A*002193
$\sqrt{3}$	$1.732\cdots$	*A*002194
$\sqrt{5}$	$2.236\cdots$	*A*002163
$\sqrt{7}$	$2.645\cdots$	*A*010465
$\sqrt{10}$	$3.162\cdots$	*A*010467
$\sqrt{e}$	$1.648\cdots$	*A*019774
$\sqrt{\varphi}$	$1.272\cdots$	*A*139339

$\sqrt[3]{\pi}$

整数列大辞典 $A092039$

円周率 π の立方根の数字列は 1.464 です。

数	数字列	整数列大辞典
$\sqrt[3]{\pi}$	1.464⋯	$A092039$
$\sqrt[3]{2}$	1.259⋯	$A002580$
$\sqrt[3]{3}$	1.442⋯	$A002581$
$\sqrt[3]{4}$	1.587⋯	$A005480$
$\sqrt[3]{5}$	1.709⋯	$A005481$
$\sqrt[3]{6}$	1.817⋯	$A005486$
$\sqrt[3]{7}$	1.912⋯	$A005482$
$\sqrt[3]{e}$	1.395⋯	$A092041$
$\sqrt[3]{\varphi}$	1.173⋯	$A139340$

「$\sqrt[3]{2}$ はデロス島の祭壇の長さ問題 (**8**参照) の解です。」(Oz)

$\pi+e$

整数列大辞典 $A059742$

数学の基本定数の加減演算です。

数	数字列	整数列大辞典
$\pi+e$	5.859⋯	$A059742$
$\pi+\varphi$	4.759⋯	$A237198$
$e+\varphi$	4.336⋯	$A237197$
$\pi+e+\varphi$	7.477⋯	$A133075$
$\pi-e$	0.423⋯	$A073244$
$\pi-\varphi$	1.523⋯	$A237200$
$e-\varphi$	1.100⋯	$A237199$

「163($\pi-e$) の値はほとんど 69 だという記事があった。また$e^\pi+\pi+e$の数字列 ($A019315$) があった。何に使うのかなぁ〜。」(Oz)

$e\pi$

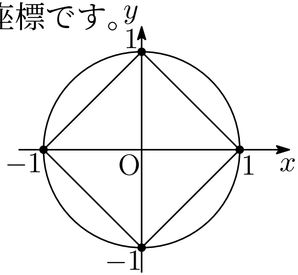
整数列大辞典 $A019609$

数学の基本定数の乗除演算です。

数	数字列	整数列大辞典
$e\pi$	8.539⋯	$A019609$
$\varphi\pi$	5.083⋯	$A094886$
φe	4.398⋯	$A094885$
$e\pi\varphi$	13.817⋯	$A131563$
$\frac{\pi}{e}$	1.155⋯	$A061382$
$\frac{\pi}{\varphi}$	1.941⋯	$A094881$
$\frac{e}{\varphi}$	1.679⋯	$A094868$

$\boxed{i}$

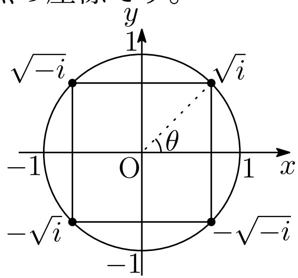
1 の 4 乗根 ±1, $\pm i$ は複素平面上では 1 を頂点とする正方形の頂点の座標です。



「複素平面における単位円周上の2乗は中心角の2倍です。」(Oz)

$\boxed{\sqrt{i}}$

$x^4+1=0$ の解は複素平面上では正方形の頂点の座標です。

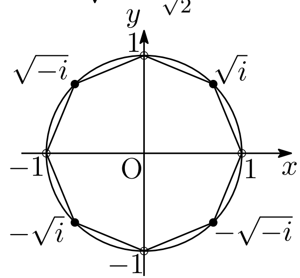


「どの中心角θも4倍すると-1にたどり着きます。」(Oz)

$\boxed{\sqrt{i}}$

$\sqrt{i}$ は $x^8-1=0$ の解です。($\sqrt{i}$参照)

$$\sqrt{i}=\frac{1+i}{\sqrt{2}}$$



「複素平面における単位円周上の点は何乗しても円周上です。」(Oz)

$$\sqrt[i]{i}$$

整数列大辞典
A042972

虚数単位の $\sqrt[i]{i}$ は実数の値です。オイラーの公式における $\theta = \frac{\pi}{2}$ から求めます。(i^i参照)

$$e^{i\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}$$
$$e^{i\frac{\pi}{2}} = i$$
$$(e^{i\frac{\pi}{2}})^{\frac{1}{i}} = (i)^{\frac{1}{i}}$$
$$e^{\frac{\pi}{2}} = \sqrt[i]{i}$$
$$\fallingdotseq 4.810477\cdots$$

「Wikipedia には虚時間なんてのもあった。i はすばらしい。」(Oz)

$$i^i$$

整数列大辞典
A049006

虚数単位の i^i は実数の値です。オイラーの公式から定義できます。

$$i = e^{i\frac{\pi}{2}} \qquad (\sqrt[i]{i}\text{参照})$$
$$i^i = (e^{i\frac{\pi}{2}})^i$$
$$= e^{-\frac{\pi}{2}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{e^{\pi}}}$$
$$\fallingdotseq 0.20787957\cdots$$

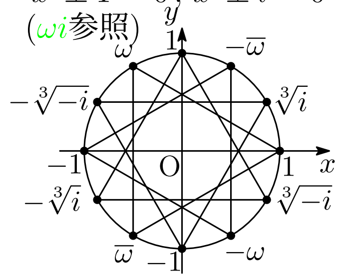
「オイラーの公式から導き出される値は主値といって基本 $\theta \pm 2n\pi$ の値です。」(Oz)

$$\sqrt[3]{i}$$

複素平面上の頂点が軸上にある正三角形は 3 乗根を表しています。

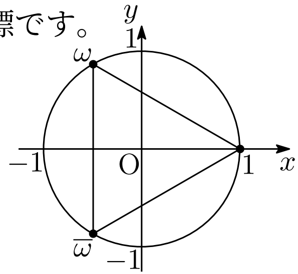
$x^3 \pm 1 = 0$, $x^3 \pm i = 0$

(ωi参照)



$\boxed{\omega}$

1 の 3 乗根 ω は複素平面上では 1 を頂点とする正三角形の頂点の座標です。



「原点は正三角形の心 (重心, 外心, 内心, 垂心) です。」(Oz)

$\boxed{\sqrt{\omega}}$

1 の 3 乗根の 1 つω（オメガ）の平方根$\sqrt{\omega}$は$\omega+1$です。

$$\sqrt{\omega} = \omega + 1$$
$$= -\omega^2$$
$$\sqrt{\omega} = \pm\frac{1+\sqrt{3}\,i}{2}$$

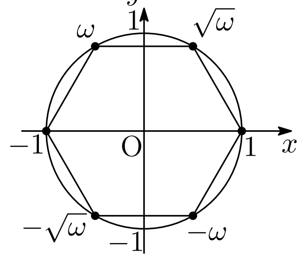
「昨年新しい電卓を購入しました。今の関数電卓は複素数の計算ができます。時代は進歩しています。でも $-i$ の極座標における θ が $-90°$ になるのが残念。設定で変えられるのかなぁ〜。」(Oz)

($\sqrt{\omega}$参照)

$\boxed{\sqrt{\omega}}$

$\sqrt{\omega}$ という数が $x^6-1=0$ からみつかりました。

$$\sqrt{\omega} = \pm\frac{1+\sqrt{3}i}{2} = -\overline{\omega}$$



「複素数の平方根は中心角 (正・負) の半分です。2 つあります。」(Oz)

$\boxed{\omega^i}$

オイラーの公式から ω を定義すると

$$e^{i\frac{2}{3}\pi} = \cos\frac{2}{3}\pi + i\sin\frac{2}{3}\pi$$
$$= \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} = \omega$$

になります。ここから⋯

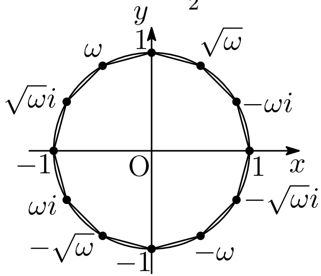
$$\omega^i = (e^{i\frac{2}{3}\pi})^i$$
$$= e^{-\frac{2}{3}\pi}$$
$$\fallingdotseq 0.1231447\cdots$$

「ネット探したらこんな式みつからなかった。間違っているのなら誰か教えて〜！」(Oz)

$\boxed{\omega i}$

ωi という数が $x^{12}-1=0$ からみつかりました。

$$\omega i = -\frac{\sqrt{3}+i}{2}$$

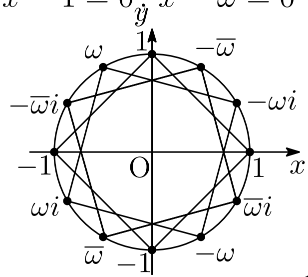


「$-i$と$-\omega i$, $\sqrt{\omega}i$ は i の立方根です。」(Oz)

$\boxed{\omega i}$

複素平面上の単位円周上に頂点がある正方形は 4 乗根を表しています。(ωi参照)

$$x^4-1=0,\ x^4-\omega=0$$



$\boxed{\rho}$

整数列大辞典
$A060006$

高次方程式$x^3=x+1$を成り立たせる唯一の実数解はプラスチック数($\overset{\text{ロー}}{\rho}$) といいます。

$$\rho=\sqrt[3]{\frac{9+\sqrt{69}}{18}}+\sqrt[3]{\frac{9-\sqrt{69}}{18}}$$
$$=\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{1+\cdots}}}$$
$$\fallingdotseq 1.32471795724\cdots$$

「名前の由来はどこだろう？」(Oz)

(ρ^2参照)

$\boxed{\rho^2}$

整数列大辞典
$A109134$

プラスチック数の ρ^2 は下の方程式を満たす数です。(ρ参照)

$$(x-1)^2=\frac{1}{x}$$
$$(\rho^2-1)^2=\frac{1}{\rho^2}$$
$$(\rho^3-\rho-1)(\rho^3-\rho+1)=0$$
$$\rho^2 \fallingdotseq 1.754877\cdots$$

「ρ^2 の実数値で検索していたら偶然に発見しました。因数分解できたことに感動しました。」(Oz)

$\boxed{A084559}$

整数列大辞典は便利なツールですが鵜呑みにしてはいけません。$A084559$ にこんな文があります。

because 456789 is a prime.

$$456789\div 3=152263$$

「自分で確かめることはいつも大切です。ちなみに4567は素数です。直したいのですが英語ができないので訂正も登録もできません。$A166930$もコメント内にある数が間違っています。」(Oz)

$$\boxed{\frac{6}{\pi^2}}$$

整数列大辞典
A059956

ある分数 $\frac{b}{a}(1 \leqq a, b \leqq n)$ が既約分数になる確率は $\frac{6}{\pi^2}$ です。

$$\frac{6}{\pi^2} \fallingdotseq 0.6079271\cdots$$

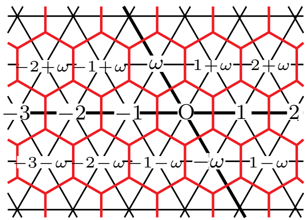
$$\prod_{p=2}^{\infty}\left(1-\frac{1}{p^2}\right)=\frac{6}{\pi^2}$$

(数学セミナー2006年7月号参照)

「証明も書いてあったが…理解できなかった。立式の意味だけはなんとなく理解した。」(Oz)

$$\boxed{\omega}$$

ω を単位元とする複素数平面は60° の世界で，蜂の巣模様です。



「この世界では $3n+1$ 型の素数が因数分解できます。」(Oz)

$$7=(2-\omega)(2-\overline{\omega})$$

(数学セミナー 1997年6月号)

$$\boxed{\infty}$$

オイラーは無限大になる自然数の和が素数の累乗和の積に等しいことを発見しました。

$$\begin{array}{rl}
 & 1+2+2^2+2^3+\cdots \\
 & 1+3+3^2+3^3+\cdots \\
 & 1+5+5^2+5^3+\cdots \\
 & 1+7+7^2+7^3+\cdots \\
\times) & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\hline
 & 1+2+3+4+5+\cdots
\end{array}$$

「自然数の和はゼータ関数で表すと $\zeta(-1)$ です。」(Oz)

$\boxed{\infty}$

自然数の逆数の和は調和級数といいます。

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}=\infty$$

$$\begin{array}{rl}
1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots & =2\\
1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\cdots & =\frac{3}{2}\\
1+\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{5^3}+\cdots & =\frac{5}{4}\\
1+\frac{1}{7}+\frac{1}{7^2}+\frac{1}{7^3}+\cdots & =\frac{7}{6}\\
\times)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & =\frac{p}{p-1}\\
\hline
1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\cdots &
\end{array}$$

「自然数の和は素数の累乗和の積で表せることから,調和級数は無限級数の積で表せます。」(Oz)

$\boxed{\infty}$

整数列大辞典
$A013661$

調和級数は無限大です。

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}=\infty$$

「一般項が 0 に収束するのにその和は発散する特異な数列です。でも美しいです。」(Oz)

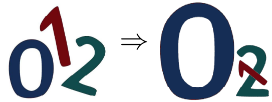
分母が n^2 のときは収束します。

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}\fallingdotseq 1.644\cdots$$

「反比例のラッパの面積と同じ関係です。」(Oz)

$\boxed{012}$

自分のハンドルネームはOzです。Wikipediaの画像から自分の使命に気づきました。



O は原点･円,I は直線,z は整数 ($\mathbb{Z}$) を表します。

「神さまから「数の意味を一般大衆に伝えよ。」と感じました。がんばります！」(Oz)

$\boxed{1}$

整数列大辞典
$A001597$

1 を除くすべての累乗数の逆数の和は 1 になります。

$$\sum_{m=2}^{\infty}\sum_{k=2}^{\infty}\frac{1}{m^k}=1$$

ただし重複する数,例えば $\frac{1}{64}$ は $\frac{1}{2^6}$, $\frac{1}{4^3}$, $\frac{1}{8^2}$ の 3 回加えます。

「数列の極限は数学 III で学習します。この問題の難易度は普通です。挑戦してみてください。」(Oz)

$\boxed{16}$

整数列大辞典
$A117453$

16 は形を変えることのできる累乗数です。

$$16=4^2=2^4$$

英語で累乗は"power"と言いますが, 整数の累乗形に関しては特別に"perfect power"という名前が与えられています。

「かっこいい〜。指数が合成数のとき複数の形で表すことができます。命名:"super perfect power"」(Oz)

$\boxed{25}$

整数列大辞典
$A153158$

平方数は 2 つのグループに分けられます。他の累乗形で表せる平方数と表せない平方数です。25 は表せない 3 番目の平方数です。(64参照)

順	数	順	数	順	数
①	4	④	36	⑦	121
②	9	⑤	49	⑧	144
③	25	⑥	100	⑨	169

「2025 年の 2025 はこの形の 36 番目の平方数です。単一平方数と名付けていいですか？」(Oz)

49

整数列大辞典
A010461
A210251

49 は平方数の下 2 桁の数字列です。

順	数字列	順	数字列	順	数字列
①	01	⑧	29	⑮	64
②	04	⑨	36	⑯	69
③	09	⑩	41	⑰	76
④	16	⑪	44	⑱	81
⑤	21	⑫	49	⑲	84
⑥	24	⑬	56	⑳	89
⑦	25	⑭	61	㉑	96

「00 は省略しました。青字は奇数の数字列で, 25 以外は素数の平方数の可能性のある数字列です。」(Oz)

52

整数列大辞典
A069778

最高次数の係数が 1 のモニック多項式に整数を代入したとき形を変えるときがあります。

$$52 = 4\times(4^2-4+1)$$
$$= (3+1)\times(3^2+3+1)$$

「$n(n^2-n+1)$ が $(n+1)(n^2+n+1)$ と等しくなります。資料の式は展開式の係数がより簡単な式にしてあります。」(Oz)

64

整数列大辞典
A340588

平方数は 2 つのグループに分けられます。他の累乗形で表せる平方数と表せない平方数です。64 は表せる 3 番目の平方数です。(25 参照)

順	数	順	数	順	数
①	1	④	81	⑦	729
②	16	⑤	256	⑧	1024
③	64	⑥	625	⑨	1296

「整数列大辞典のアドレスが若いのにビックリしました。平方累乗数と名付けていいですか？」(Oz)

$\boxed{1207}$

整数列大辞典
A005420

$2^{1207}-1$ のメルセンヌ数はまだ完全に因数分解できていません。

$$2^{1207}-1$$
$$= P_6 \times P_6 \times P_8 \times P_9 \times C_{337}$$

The factorization of C_{337} of $2^{1207}-1$ is considered by many to be the most desired open factorization problem.

「$2^{1207}-1$ の因数 C_{337} の素因数分解は重要な未解決問題と多くの人に知られています。」(Oz訳)

「挑戦者募集だそうです。」(Oz)

$\boxed{3776}$

3776 (m) は日本一の富士山の高さです。

$$3776 + 2000 = 5776$$
$$= 76^2$$

「通勤途上の先行している車のナンバー 5776 から気づきました。富士山の高さ 3776 (m) を紹介する機会があればついでの一言で，平方数を 1 つ覚えられると感じました。ただし日本人限定ですが…。世界一に目を向けるとエベレストの 8848 (m) は

$$8848 = 2^6 \cdot (2^7-1) + 6\,!$$

かな？ 難しいですか？」(Oz)

$\boxed{(-1)^i}$

整数列大辞典
A093580

$(-1)^i$ は実数です。オイラーの公式から定義できます。(e^π 参照)

$$-1 = e^{i\pi}$$
$$(-1)^i = (e^{i\pi})^i$$
$$= e^{i^2\pi}$$
$$= e^{-\pi}$$
$$= \frac{1}{e^\pi}$$
$$\fallingdotseq 0.043213\cdots$$

「i を数として認識できるといろいろ楽しめます。ゲルフォントの定数の逆数です。」(Oz)

$\boxed{1^i}$

オイラーの公式から1^iも定義できます。($(-1)^i$参照)

$$\begin{aligned}-1 &= e^{i\pi}\\ 1 &= -e^{i\pi}\\ 1^i &= (-e^{i\pi})^i\\ &= (-1)^i \cdot e^{i^2\pi}\\ &= (-1)^i \cdot e^{-\pi}\\ &= \frac{1}{e^{\pi}} \cdot \frac{1}{e^{\pi}}\\ &= \frac{1}{e^{2\pi}}\\ &\fallingdotseq 0.001867442\cdots\end{aligned}$$

「主値($0 \leqq \theta < 2\pi$)の値です。」(Oz)