

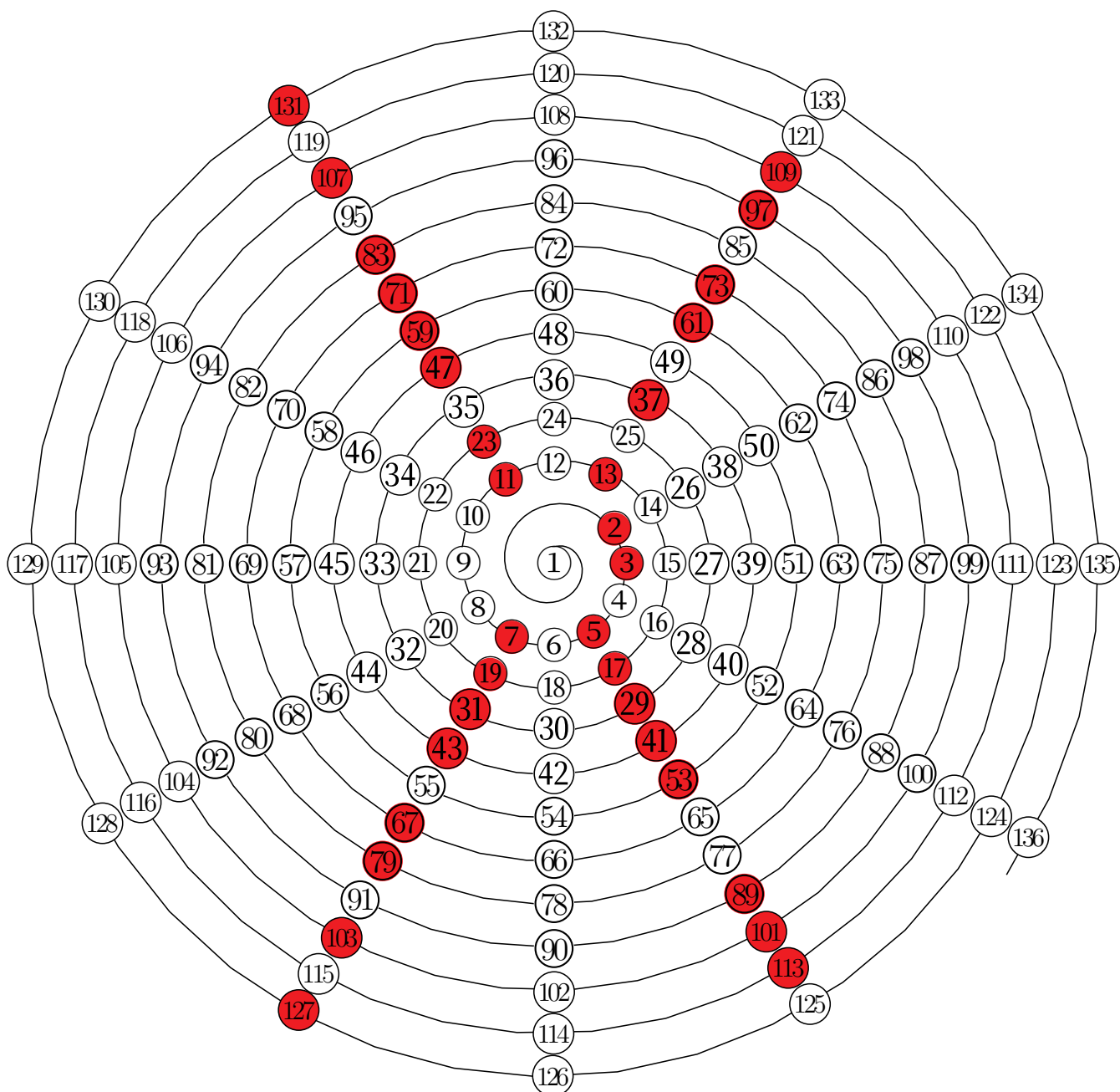
4.11.2 ペーター・プリヒタの素数円 (簡易版)

ペーター・プリヒタの素数円は1から始まる24個の整数の同心円ですが12個ずつの方がわかりやすいだろうということで少し改良しました。タイトルに簡易版とあるのはこのことからです。1が中央にあるのも自分が改良しました。時計の文字盤を基準に並べたのも、螺旋の形に数を並べたのも自分のアイデアです。素数に関する授業をするときには多少は熱く素数を語って欲しいし、わかって欲しいと思い作りました。

ペーター・プリヒタの素数円 (簡易版)

問. 素数を塗ってみましょう～!

素数が並ぶ線はどんな線なのか考えましょう。



- (1) 2 と 3 以外の素数は $6n \pm 1$ の形で表せる。
- (2) 6 の倍数で両隣に素数がある数を双子素数という。
- (3) 6 の倍数で 120 の両隣が初めて両方ともに素数でない数になる。(次は 144)
- (4) 素数を表す直線上にある数であっても必ずしも素数とは限らない。

なおワークシートは数表示がないのも作りました。これは数の並びをきちんと理解させるために、自分で書き入れていった方がいいと思う人のためです。また授業で使用するときは別に素数表を配布すると思います。その数を見ながらマークしていきます。

2019 年 4 月号の数学セミナーに「高校数学ではじめる整数論」の第 1 回で「素数のレース」が紹介されています。素数のレースとは 3 で割ったときに余りが 1 になる素数と余りが 2 になる素数ではどちらの方が多いかという問題です。この素数円で考えると 1 時の方向の素数と 7 時の方向の素数の合計と 5 時の方向の素数と 11 時の方向の素数の合計どちらが多いかという問題です。図があれば問題の意図が素早くわかると思いませんか？ 雑誌の中で紹介されていたレースの様子は

～以下	100	200	300	500	700	1000
余り 1 の素数	11	21	28	45	59	80
余り 2 の素数	13	24	33	49	65	87

となって余り 2 の素数がリードしていますが、初めて余り 1 の素数が逆転するのが 608981813029 と書かれています。整数列大辞典 A007352 に載っていますが 1976 年にコンピュータを駆使してみつけたと書かれています。他には 4 で割って余りが 1 と 3 のグループのレース、これは素数円だと 1 時の方向と 5 時の方向の素数の合計と 7 時の方向と 11 時の方向の素数の合計の競争の記事もありました。リーマン予想も組み合わせて書かれていますのでぜひ一読してみてください。

これ以降は自分の備忘録です。螺旋の方程式は

$$\begin{cases} x = 1.9\theta \cos(-8\theta + 4) \\ y = 1.9\theta \sin(-8\theta + 4) \end{cases}$$

です。

螺旋作成は WinTpic のパラメータ形式の関数を選択使用しステップ幅 $\frac{1}{500}$ で書きました。