

8.4 高校数学外伝 IV 「パズル確率」

T 「今日は、確率の問題をもってきた。こんな問題なんだ。」

1つの袋に黒い碁石2個、白い碁石1個、合計3個の碁石が入っている。この袋から1個碁石を取り出すときその碁石が黒い碁石である確率を求めなさい。

S₂ 「やだなあ～先生、 $\frac{2}{3}$ に決まってるじゃない！」

T 「その通り！これは入門なんだ。スタートは中学生の確率から始めるぞ。じゃこの問題の3個はそのまま3個の碁石が黒色か、白色かどちらかわからないときはどうなるのだろう？」

1つの袋に3個の碁石が入っている。この袋から1個碁石を取り出すときその碁石が黒い碁石である確率を求めなさい。

S₂ 「え～っ？これが数学の問題なの？」

T 「もちろん碁石だから色は黒と白しかないことはわかるね。ちょっと考えてみようよ。」

S₁ 「でも先生、碁石は黒と白しかないんだから $\frac{1}{2}$ じゃないの？」

T 「いい所に気がついたね。そうなんだ答えは $\frac{1}{2}$ になるんだ。じゃ数学を用いて $\frac{1}{2}$ になることを示してみよう！場合の数は何通りかな？」

S₂ 「3個の碁石だから、黒3個、黒2個と白1個、黒1個と白2個、白3個の4通りです。」

T 「そこまでわかればもうできたも同じだ。計算してみよう！」

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{0}{3} \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{3+2+1+0}{3} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

S₂ 「できましたあ～。」

T 「数学を使うと曖昧な考え方を数値でしっかりと表すことができるね。じゃこの問題をさらに発展させて n 個の碁石で考えてみようよ。」

S₂ 「え～っ、これで終わりじゃないんですか？ n 個？何それ～！」

S₁ 「3個で求めた式を n に発展させるだけでしょ、先生。」

T 「その通り。計算練習だよ。早くやる！」

S₂ 「もう～。」

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{n+1} \cdot \frac{n}{n} + \frac{1}{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} + \cdots + \frac{1}{n+1} \cdot \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \cdot \frac{0}{n} \\ &= \frac{1}{n+1} \cdot \frac{n+(n-1)+\cdots+1+0}{n} \\ &= \frac{1}{n+1} \cdot \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n k \\ &= \frac{1}{n+1} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

S₂ 「できたけど、もうお腹いっぱい。」

(参考文献：数学セミナー 1988年2月号)