3.4　三角関数

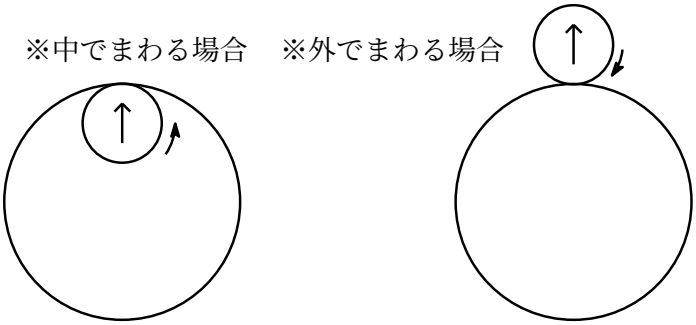
3.4.1　何回まわった？

数学 I で学んだ三角比の発展教材として数学 II では三角関数を学びます。教科書にあった回転量という言葉から，小学生の不思議教材でみつけた「何回まわった？」が回転量に気づかせる教材としていいのではないかと思いました。

問．半径が r の円を円周の 3 倍の長さを道としてまわしていきます。
さて何回まわるでしょう？

道の始点と終点を結んで円を作ったときはどうでしょう？

※中でまわる場合　※外でまわる場合



これが今回の問題です。えっ?「バカにするなよ！」ですって…。そんなこと言わずにつきあってください。

まわす小さな円の円周を ℓ，大きな円の円周を L として単純に計算すると…

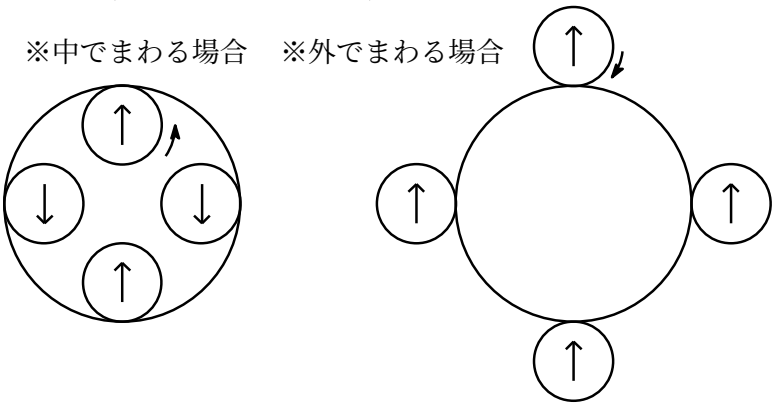
$$\ell = 2\pi r \qquad L = 2\pi r \times 3 = 6\pi r$$

よって

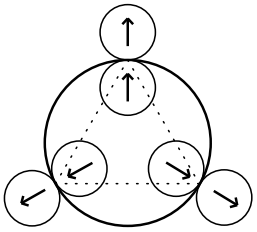
$$\frac{L}{\ell} = \frac{6\pi r}{2\pi r} = 3$$

このことから小さな円はどこの道でも 3 回まわることになります。当たり前ですね。じゃ実際にやってみましょう。(直線上は省きます。)

※中でまわる場合　※外でまわる場合



あれ？中でまわる時は 2 回しかまわりませんよ。外でまわる時は 4 回もまわりましたよ。おかしくありませんか？(解答を見る前に自分で考えてくださいね。)



左の図を見ると一目瞭然ですね。回転数はまわっている円を中心にしての回転数なのです。どちらもちゃんと 3 回まわっているんですよ。まだわかりませんか？内側を回るときは大きな円の中に立って，外側を回るときは大きな円の外に立って小さな円を見てください。

授業で扱いましたが，段ボールで直線と円形の線を造って，黒板に貼り付けるようにマグネットを付けて完成です。後半の不思議さを演出するため，最初に直線の長さと円形の長さがほぼ等しいことを示します。これは円形の線の方が見た目短く感じるからです。回すものは中心をくりぬいて指示棒をつければ横から回すことができます。円形の中には何か生徒の興味関心が引くような物を貼り付けるといいと思います。自分はオリジナルキャラクターである Ozawa 君を描いてやりました。教材の形状から保存しておくことが難しいのが欠点です。生徒がどんな説明を考えたのか……ここでは書くのをやめます，授業をやってみてください。おもしろい意見がいろいろ飛び出ると思いますよ。