

8.7 高校数学外伝 VII 「複素数平面 ～キッチンタイマーは時空移動機?～」

今春から高校を卒業し理学部の数学科に進学した平賀君の新生活が新しい地で始まった。アパートでの一人暮らしなのだが、前に住んでいた人の忘れ物だろうか、なぜかキッチンタイマーがあった。平賀君はカップ麺が大好きだったので、これは便利な物を残してくれたと感じていつもカップ麺の3分を測るのに使っていた。

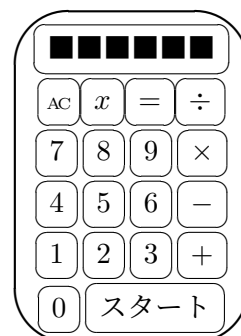
平賀「今日は何のカップ麺にしようかな、定番の焼きそばにするか。1, 8, 0, スタート。」

3分後、タイマーが鳴り始めた。お湯を捨てて、いつものようにTVを見ながらカップ麺を食べていると、キッチンタイマーに見慣れない表示があった。数字だけかと思っていたキーに x という表示をみつけたのである。

平賀「この x って何だろう？」

試しに、 x , スタートと押してみた所、押した途端にタイマーが鳴り始めた。

平賀「なんなんだ。このタイマー。」



何か気になる、今度は x , -, 3と入力して スタート ボタンを押すと……、しばらくしたらタイマーが鳴り始めた。

平賀「あれ? 今度はスタートと同時じゃなかったぞ。」

x , -, 9と入力して スタート ボタンを押すと……、さっきと比べてやや長い時間がたつてからタイマーが鳴り始めた。

平賀「まさか、このタイマーは方程式を解いて鳴らしているのかな～？」

x , -, 3, 0と入力して スタート ボタンを押して、自分の腕時計に目をやった。腕時計の秒針が30秒進んだところでタイマーが鳴り始めた。

平賀「このタイマーは数式でも時刻指定ができるんだ。賢いなあ～。じゃちょっと高度な数式を入力してみようかな。」

何を思ったのか x , ×, x , -, 2で試してみると……。ほんの少したってタイマーが鳴り始めた。

平賀「賢いなあ～。このタイマーは $x^2 - 2 = 0$ を解いてタイマーを鳴らしたんだ。」

そうさっきの時間は $\sqrt{2}$ 秒後にタイマーが鳴ったのである。

平賀「この機能は必要なのかな? 3分だけ測ってくれればいいんだけど。まっいいや、機能が多い分には困らないし。簡単だし。」

その後平賀君はいろいろ試してみたところ、 $x+2$ と入力してスタートを押しても何も反応しないこと、 x^2+4x+3 では何も反応しないが、 x^2-4x-3 では1秒後にタイマーが鳴ったことから、このタイマーの多項式時刻は負の数の実数解には反応しないことがわかった。

ある日のこと、平賀君は解なしの2次方程式を入力したらどうなるのだろうと感じた。ここでいう解なしとは2つの複素数解をもつ2次方程式のことである。

平賀「あんまり最初から難しい式じゃない方がいいな。そうだな $x^2 + 1 = 0$ にしようか、この2次方程式の解は $x = \pm i$ だな。」

x , \times , x , $+$, 1 , スタートと押した瞬間、その途端タイマーが鳴り始めた。そして平賀君は周りの異変に気がついた。今までのいた自分の部屋ではなく真っ白な空間の中に一人タイマーを持って座っていたのである。

平賀「なんなんだ！ 何が起こった！」

左手に持っていたカップ麺が落ち、自分の腕時計をみたが腕時計は普通に動いていた。

平賀「落ち着け！ 落ち着け！ あわてるんじゃない。」

平賀君は自分のおかれた状況を分析した。自分は自分の部屋でタイマーを押しただけ、1歩も動いていない。けどどうしてこんな所に来てしまったのだろうか。ここはもしかしたら自分の部屋なのか？ もしかしたら方程式の1つの解である i だけ動いてしまったのだろうか？ じゃもう一度同じことをすれば元に戻るはずだ。

平賀君は再び x , \times , x , $+$, 1 , スタートと押してみた。

その途端タイマーが鳴り始めた。そして平賀君は周りを見回したところ…やはりそこは自分の知っている元の世界ではなかった。先ほど落としたカップ麺も見当たらなかった。

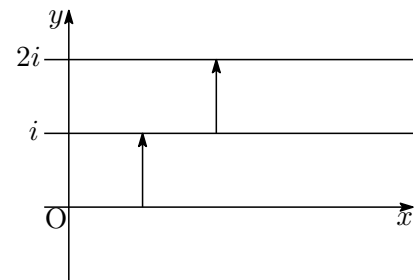
平賀「どうしてだ、元に戻らないぞ！」

平賀君は高校時代に習った複素数平面を思い出していた。

平賀「さてよ、時空が i だけずれてしまったとしたら、同じ式を入力してもさらに i だけずれるだけだ。ということは今の自分は $2i$ だけずれた時空にいるということか。」

平賀君は頭の中で今の状況を考えてみました。元の世界に戻るためには $-2i$ の移動をしなくてはいけないことがだんだんと理解できてきました。

平賀「 $x + 2i$ を入力すれば元に戻れるかもしれない。でもこのタイマーには i のキーはないしどうすればいいんだろう。」



平賀「さてよ、 $x + 2i = 0$ となる2次方程式を入力すれば…。もしかしたら…元に戻るかもしれない。」

$$\begin{aligned}x + 2i &= 0 \\x &= -2i \\(x)^2 &= (-2i)^2 \\x^2 &= 4i^2 \\x^2 &= -4 \\x^2 + 4 &= 0\end{aligned}$$

平賀「でも、この2次方程式の解は $\pm 2i$ だよな。負の数は実数の範囲では無視された。虚数解の \pm は $-$ が優先になるなんて保証はないぞ。いやさらに $+2i$ だけ別の世界に行く可能性の方が高い。もう少し考えろ！」

平賀君はスラムダンクの安西先生の一言を思い出していた。「あきらめたら、そこで試合終了だよ。」

平賀「あきらめないぞ！ まてよ i のキーがないなら表示させればいいんじゃないか？

x , \times , x , $+$, 1 , $=$, 0 , スタート 。」

$=$ を入力した式においてはタイマー機能は無く、入力した方程式の計算結果だけを表示してくれるのは実験済みだったのである。ディスプレイには無事 i が表示された。

平賀「この状態から、 $+$, x , スタート 」

その途端タイマーが鳴り始め、横には先ほど落としたカップ麺がころがっていた。

平賀「よっしゃ〜あ！ もう一度同じことを繰り返せば元に戻れるはずだ。」

そして、同じことを繰り返すとそこは元の自分の部屋だった。

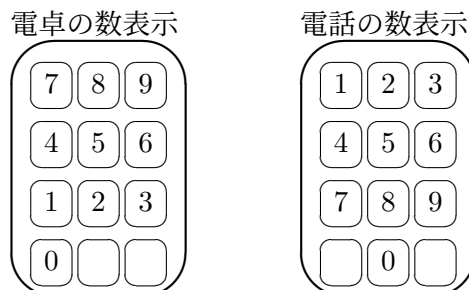
平賀「ふ〜っ、一体、なんだったんだ。このタイマーは結局なんなんだ。そうだ、こぼしたカップ麺はどうしようか、今度行ったときに片づけよう。でもこれでもう収納場所には困らないな。困ったら違う時空に置いてくればいいんだから。」

不思議なタイマーと出会ってしまった平賀君だったが無事難局を乗り切った。明日から始まる大学生活はどんなことになるのだろう。

「元気になる数学の授業 ~高校数学教材集~」第1刷改訂版完成を記念して、面白い記事だと暖めていた数学セミナー2014年1月号の「数の拡大：直線の中の3次元空間」を元に複素数平面の世界に変えて作ってみました。主人公の名前はこの記事と同じにしました。 $-2i$ を使って戻る場面をもう少し高度な式で表せないか奮闘中です。(2023年3月25日)

8.7.1 元気話. 電卓の数表示と電話の数表示

タイマーを書いていたら思い出しました。電卓の数表示と、電話の数表示の位置が違うことは知っていますよね。以下のようになっています。



恥ずかしい話ですが、大学生まで知りませんでした。昔の電話は回すタイプからスタートして、高校生位からプッシュ式が出てきた時代です。そのころはプログラム電卓と付き合っている時間が長く、ある日プッシュ式の公衆電話で覚えている電話番号をいくら打っても違う家が出てしまいました。「なぜ、他の家にかかってしまうのだろう？」悩んで、電話機をにらみ続けること数十分、ようやく数字の位置の違いに気がつきました。