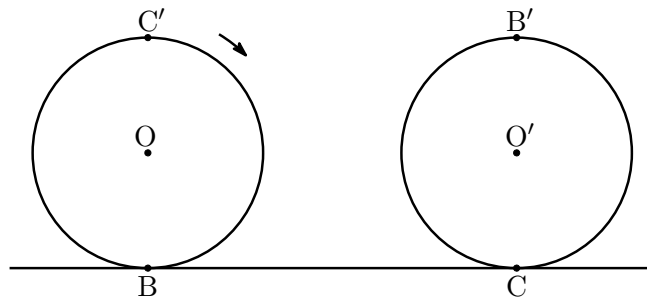


3.3 図形と方程式

3.3.1 円積問題

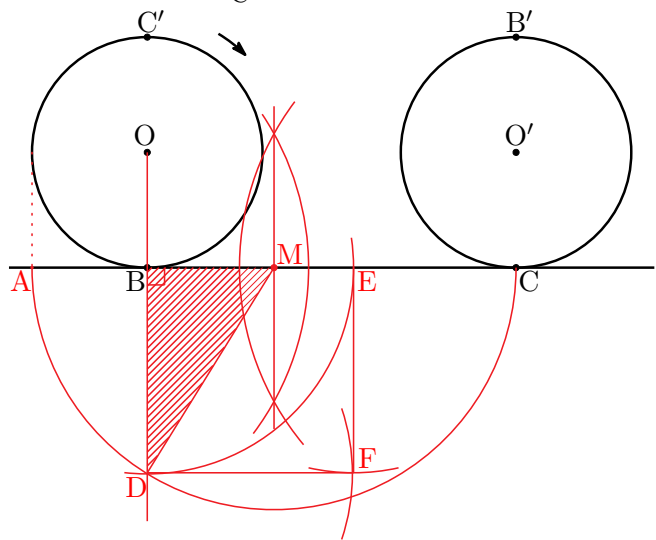
「円積問題」を知っていますか。与えられた円と等しい面積の正方形を作図する問題です。昔から知られている問題で、現在ではコンパスと定規だけでは作図不可能と証明されている問題です。でもある条件が与えられれば作図できます。それが半回転させた円と元の円が描かれた問題図です。この状態から円Oと同じ面積の正方形の作図に挑戦します。



解答は次ページでもいいですけどかなり難しいと思うので載せませぬ。

作図手順

AC の中点を M とする。
 中心 M とし半径 MA の円を作図する。
 OB を延長し の円との交点を D とする。
 線分 BD が求める正方形の 1 辺の長さになる。



$$\begin{aligned}
 AB &= r, BC = \pi r \text{ より} \\
 AC &= \pi r + r = r(\pi + 1) \\
 AM &= \frac{r(\pi + 1)}{2} \\
 BM &= AM - r = \frac{r(\pi + 1)}{2} - r = \frac{r(\pi - 1)}{2} \\
 BD^2 &= MD^2 - MB^2 \\
 &= \left\{ \frac{r(\pi + 1)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{r(\pi - 1)}{2} \right\}^2 \\
 &= \frac{r^2(\pi^2 + 2\pi + 1 - \pi^2 + 2\pi - 1)}{4} \\
 &= \frac{r^2 \times 4\pi}{4} \\
 &= \pi r^2
 \end{aligned}$$

(参考文献：数学基礎 2007 年 東京書籍)