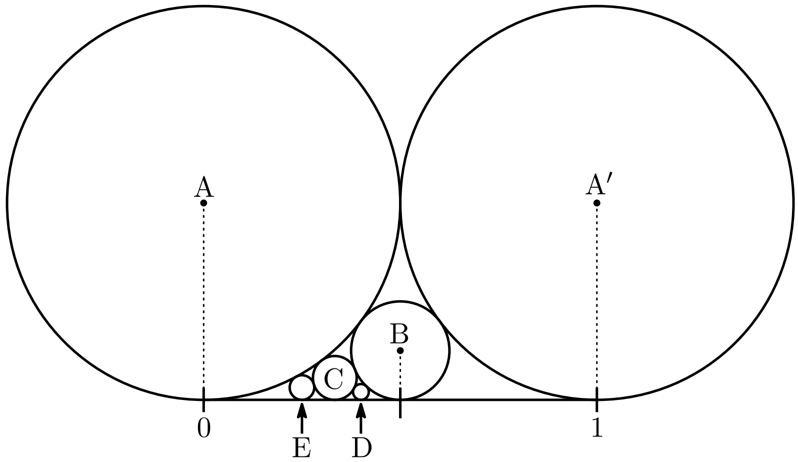
7.4　フォードの円　〜 $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{5}$ 〜

小学校の先生が見たらびっくりするようなタイトルがすべてを物語っていますが，先生方信じられますか？ $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\to\dfrac{1+1}{2+3}=\dfrac{2}{5}$ になる数学を…。下の図をご覧ください。0 から 1 の数直線上 (x 軸とします。) に 2 つの円 A と円 A$'$ が接しています。その 2 つの円に円 B が接していて，そして円 C が円 D が接しているという図です。何か気がつきましたか？ 円の中心の x 座標はどうなっているのでしょう？ 少し考えて見てください。



接している円 A と円 A$'$ の中心の x 座標から円 B の中心の x 座標は求められますね。円 B の中心は $\dfrac{1}{2}$ の位置にあります。この座標が円 A の中心の x 座標 0 と円 A$'$ の中心の x 座標 1 から簡単に求めることができるんです。その方法は…

$$\frac{0}{1}+\frac{1}{1}\to\frac{0+1}{1+1}=\frac{1}{2}$$

で求めることができるんです！

えっ？ そんなの偶然じゃないかって？ じゃ，円 C の中心の x 座標を求めてみましょう。円 C は円 A と円 B に接していることから…

$$\frac{0}{1}+\frac{1}{2}\to\frac{0+1}{1+2}=\frac{1}{3}$$

となるんです。そして円 D の中心の x 座標は円 C と円 B に接していることから……

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\to\frac{1+1}{3+2}=\frac{2}{5}$$

円 E の中心の x 座標は…

$$\frac{0}{1}+\frac{1}{3}\to\frac{0+1}{1+3}=\frac{1}{4}$$

となります。不思議ですよね。こんな数学もあるんですよ。だから分数の計算が少しぐらい間違ったからといって生徒を怒らないでくださいね。この計算を繰り返して新しい分数が誕生していくことを 2005 年 2 月号数学セミナーに「分数の世界」として紹介されています。このことを勉強していく中で，3 円が共通接線上にあってかつ 3 円が接しているとき，2 円に接している円の半径 R は $\dfrac{1}{\sqrt{R}}=\dfrac{1}{\sqrt{r_1}}+\dfrac{1}{\sqrt{r_2}}$ と知りました。この証明は数学セミナー 2011 年 10 月号を参照してください。(高校 2 年生程度かなぁ〜。)