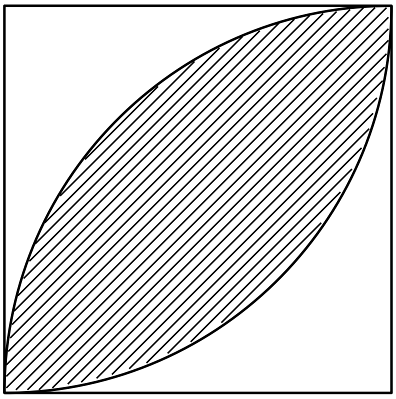
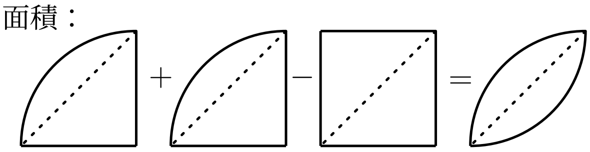
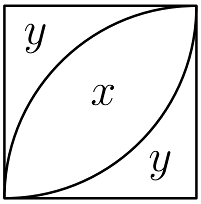
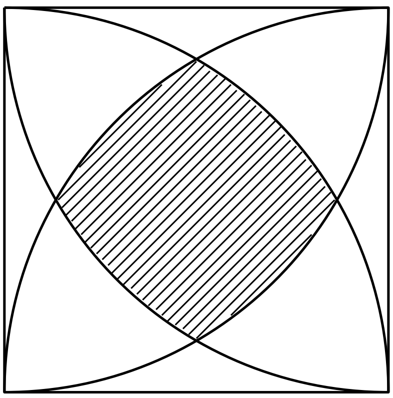
2.2.4　おうぎ形からできる面積と連立方程式

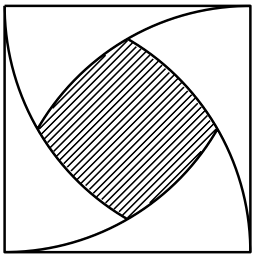
図形の問題と連立方程式を組み合わせた問題があったので，授業に活用できると思いまとめました。正三角形の高さを求めることができないと解くことができないので，中学校の三平方の定理を学習した後だったら取り組むことができます。

ここでの指導のポイントは幾何の問題でも数式が利用できることがあるということに気づかせることです。

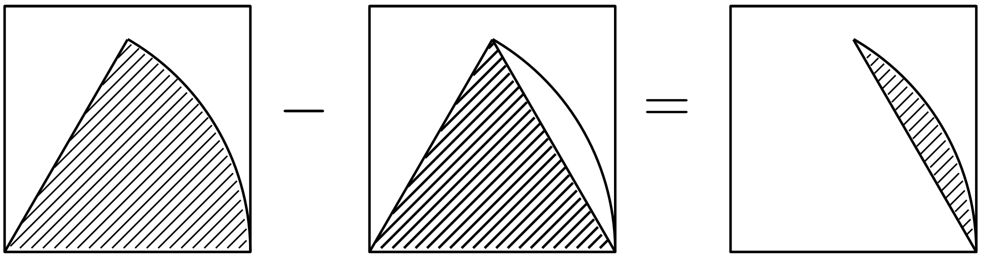
学　習　活　動	備　考
問．1辺10㎝の正方形において斜線部分の周の長さと面積を求めなさい。  周の長さ：10π 面積：  $25\pi+25\pi-100$ $=50\pi-100$	
問．他の求め方はないのだろうか？  正方形の面積から $x+2y=100$ 扇形の面積から $x+y=25\pi$ この2つの式の連立方程式を解けばいい。	・本時の目的の連立方程式の解法を紹介する。
問．次の図形の斜線部分の周の長さと面積を求めてみよう！  周の長さ：$20\pi\times\dfrac{4}{12}=\dfrac{20}{3}\pi$ 面積:$100\left(1+\dfrac{\pi}{3}-\sqrt{3}\right)$ (求め方は次頁参照)	・周の長さを先に求めると図形の特徴をつかみやすい。

正解を見る前に，この問題を連立方程式を用いて解いてください。自分がこの問題に出会ったのは小学校の頃でした。もちろん解けませんでした。そのときはまだ数学の知識が乏しかったので，答えを見てもちんぷんかんぷんだったことを覚えています。

2.2.4.1　一般的な解法



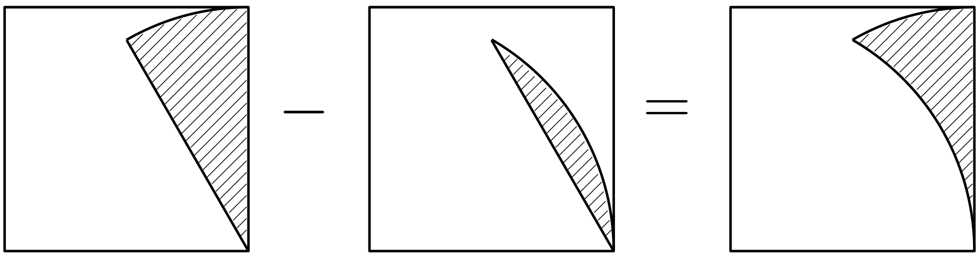
図形の線を若干省略すると左図のようになる。
求める斜線部分の面積は
(斜線部分の面積)=(正方形の面積)−(いちょう形)×4
ということがわかる。



中心角 60° の扇形　　正三角形　　弓形

正三角形の高さは $1:2:\sqrt{3}$ より $5\sqrt{3}$

三日月形の面積は $\left(\pi\times 10^2\times\dfrac{1}{6}\right)-\left(10\times 5\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{50}{3}\pi-25\sqrt{3}$



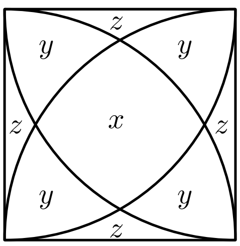
中心角 30° の扇形　　弓形　　いちょう形

いちょう形の面積は $\left(\pi\times 10^2\times\dfrac{1}{12}\right)-\left(\dfrac{50}{3}\pi-25\sqrt{3}\right)=25\sqrt{3}-\dfrac{25}{3}\pi$

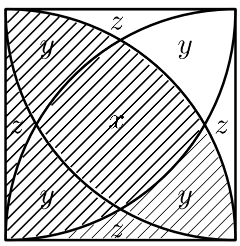
問題の斜線部分の面積は

(斜線部分の面積)$=10^2-\left(25\sqrt{3}-\dfrac{25}{3}\pi\right)\times 4=100\left(1+\dfrac{\pi}{3}-\sqrt{3}\right)$

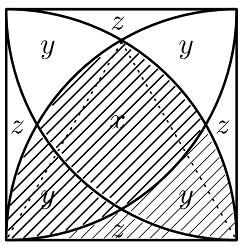
2.2.4.2　連立方程式を使った解法



3 種類の図形をそれぞれ x, y, z とする。
正方形の面積より
$x+4y+4z=100$



90° の扇形より
$x+3y+2z=25\pi$



図の斜線部分の面積は 60° の扇形 2 つ分から中央の正三角形の面積を除けばいいので
$x+2y+z=\dfrac{100}{3}\pi-25\sqrt{3}$

(参考文献：数学セミナー 2011 年 4 月号 P50 ピーター・フランクル著)