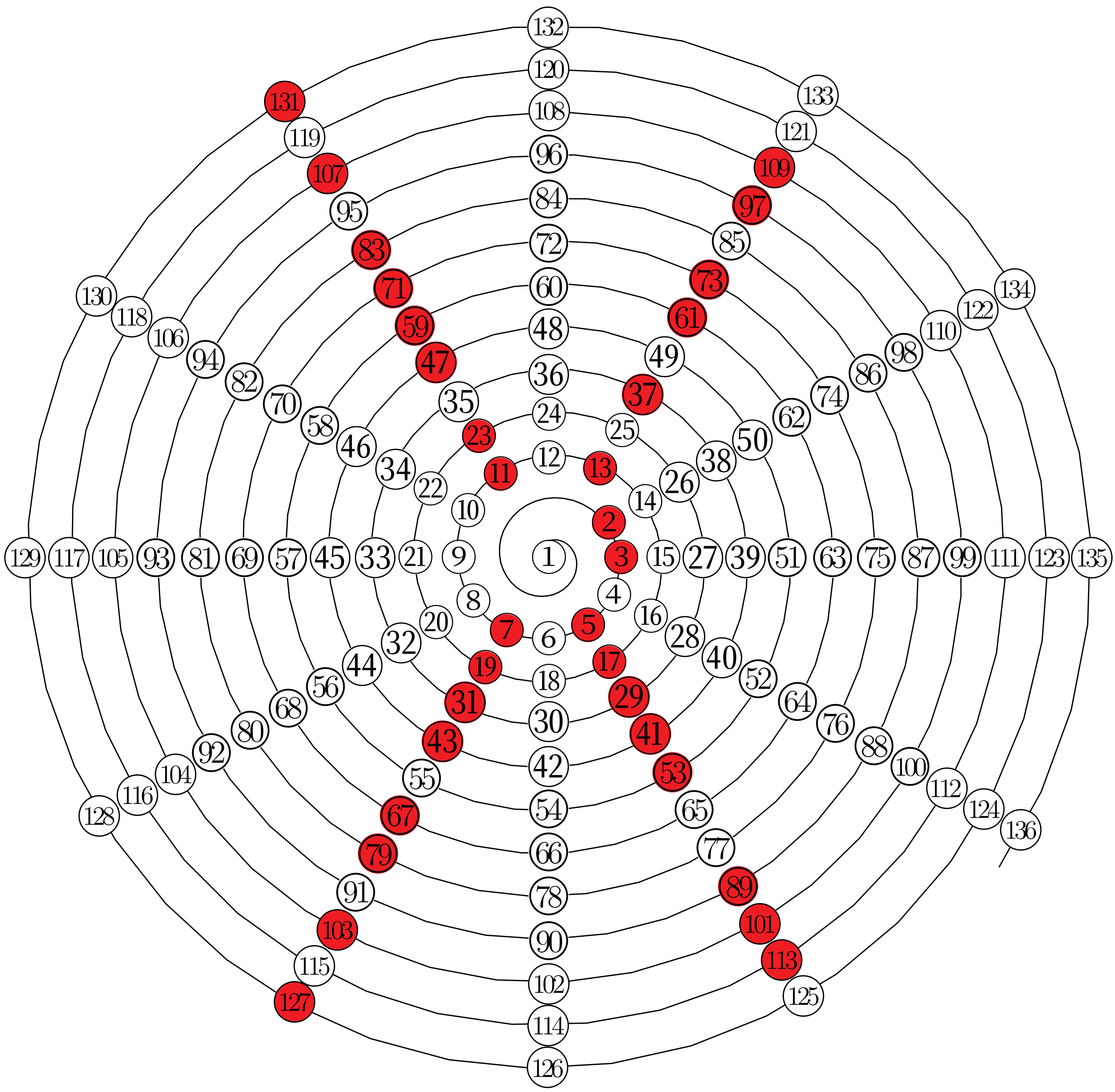
2.3.3.3　ペーター・プリヒタの素数円

ペーター・プリヒタの素数円 (簡易版)



2.3.3.4　ペーター・プリヒタの素数円 (簡易版)

ペーター・プリヒタの素数円は 1 から始まる 24 個の整数の同心円ですが 12 個ずつの方がわかりやすいだろうということで少し改良しました。タイトルに簡易版とあるのはこのことからです。1 が中央にあるのも私が改良しました。時計の文字盤を基準に並べたのも，螺旋の形に数を並べたのも私のアイデアです。素数に関する授業をするときには多少は熱く素数を語って欲しいし，わかって欲しいと思い作りました。指導のポイントは

(1) 2 と 3 以外の素数は $6n \pm 1$ の形で表せる。
(2) 6 の倍数の両隣にある素数の組を双子素数という。(ただし 3 と 5 を含む。)
(3) 6 の倍数で 120 の両隣が初めて両方ともに素数でない数になる。(次は 144)
(4) 素数を表す直線上にある数であっても必ずしも素数とは限らないが，素数は必ずその直線上 (1 時，5 時，7 時，11 時) にある。

なお Web 上には数表示がないワークシートもあります。これは数の並びをきちんと理解させるために，自分で書き入れていった方がいいと思う人のためです。また授業で時間短縮の必要があるときには別に素数表を配布するか，エラトステネスの篩を組み合わせて使用するといいでしょう。素数をみつけながらマークしていきます。

数学セミナー[1]で「素数のレース」が紹介されています。素数のレースとは 3 で割ったときに余りが 1 になる $3n+1$ 型の素数と，余りが 2 になる $3n-1$ 型の素数ではどちらの方が多いのかという問題です。この素数円で考えると 1 時と 7 時の方向の素数の合計と 5 時と 11 時の方向の素数の合計どちらが多いかという問題です。この素数円があれば問題の意図が素早くわかると思いませんか？ 雑誌の中で紹介されていたレースの様子は

数の範囲	100	200	300	500	700	1000
余り 1 の素数 ($3n+1$)	11	21	28	45	59	80
余り 2 の素数 ($3n-1$)	13	24	33	49	65	87

となって余り 2 の素数がリードしていますが，初めて余り 1 の素数が逆転するのが 608981813029 と書かれています。整数列大辞典 A007352 に載っていますが 1976 年にコンピュータを駆使してみつけたとも書かれています。他には 4 で割って余りが 1 になる $4n+1$ 型の素数と，余りが 3 になる $4n-1$ 型のグループのレース，これは素数円だと 1 時と 5 時の方向の素数の合計と 7 時と 11 時の方向の素数の合計の競争の記事もありました。どうしてこんな偏りがあるのかとか，またリーマン予想等への発展も書かれています。記事自体が具体例の数で細かく説明してありわかりやすいです。ぜひご一読してみてください。また Wikipedia では「チェビシェフの偏り」の頁に記事があります。

[1] 2019 年 4 月号 P2「高校数学ではじめる整数論」