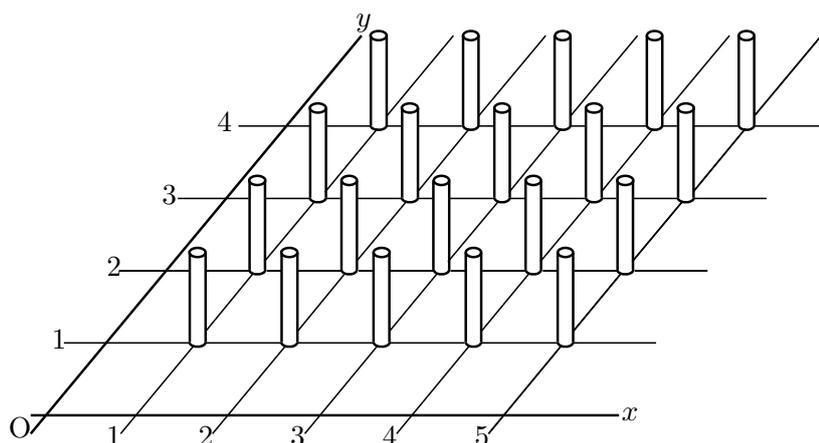


7.9 小元気話

7.9.1 比例鉄砲

問. 下の図のように x, y がともに正の整数となる格子すべてに柱を立てて、原点 O から鉄砲で球を撃ち出します。柱に当たらないように球を打ち出すにはどのような傾きをもつ直線にすればいいのでしょうか。ただし柱と球の幅はないものとし、直線の傾きは正の数とします。



数学の先生方には簡単すぎましたか？ 数学の問題として考えると、「比例 $y = ax$ において、グラフが x, y ともに整数の点を通らない正の数 a の値を一つ求めなさい。」という問題になります。内容は中学1年ですが、中学1年生にはできません。それは a の値が無理数だからです。でも一つだけ中学1年生でもあてはまる数を知っていますね。それは円周率 π です。比例定数が無理数になった場合には格子の点を通ることはありません。なんか不思議な感じがしませんか？

直線の角度を指定しても正解です。 x 軸と 30° 、または 60° 等の角度の直線です。
($y = \tan \theta \cdot x$) (2020.4.14 追記)

$y = \tan \theta \cdot x$ は $0^\circ < \theta < 90^\circ$ の範囲において $\theta = 45^\circ$ 以外の値が柱にぶつかりません。なぜなら 45° 以外の角度の $\tan \theta$ の値はすべて無理数になるからです。度数法で表された $\tan \theta$ の値が有理数になるのは $\tan 45^\circ$ だけです。 $\tan \theta$ が有理数になる場合、例として $\tan \theta = 2$ になる θ は存在します。しかしこのような θ は有理数で表すことができません。

おまけで $\sin \theta$ は 30° 、 $\cos \theta$ は 60° が $0^\circ < \theta < 90^\circ$ の範囲で唯一有理数になる角度です。三角定規の存在は先人の三角形に対する感動の結果なんですね。(2024.9.28 追記)