

7.9.6 元気話・対数って何者？

数 III を指導していたらある生徒から「先生、対数って何だっけ？」という質問を受けた。ということで少しまとめておきたいと思った。

一言でいえば「対数とは乗法・除法を加法・減法に変換する技」です。ある数 M, N があって M, N の積を求めたいとき、 $M = 10^x, N = 10^y$ と表すことのできる x, y がわかれば $M \times N = 10^x \times 10^y = 10^{x+y}$ で求めることができるということです。除法においても同様です。常用対数を使った具体例で示しておこう。

問 1024×59049 を計算しなさい。

$$\begin{array}{r} \text{筆算} \\ 1024 \times 59049 \\ \quad 59049 \\ \times) \quad 1024 \\ \hline \quad 236196 \\ \quad 118098 \\ \quad 590490 \\ \hline = 60466176 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{常用対数表} \\ \log_{10} A = \log_{10}(1024 \times 59049) \\ = \log_{10}(2^{10} \times 3^{10}) \\ = 10 \log_{10} 2 + 10 \log_{10} 3 \\ = 10(\log_{10} 2 + \log_{10} 3) \\ \approx 10 \times (0.3010 + 0.4771) \\ = 7.781 \\ = 0.781 + 7 \end{array}$$

常用対数表から 0.781 を探して

$$A \approx 6.04 \times 10^7$$

ここでは結果が 6^{10} になる特別な数を選んだが、詳細は数 II 関連の参考書の練習問題を参照して欲しい。(2020 年 7 月 11 日, 2022 年 9 月 7 日, 27 日追記)

最後まで最初でもいいが $2 \times 3 = 6$ をわざわざ対数で計算するのもありかなって感じました。

関数電卓 (内部演算 12 桁, 表示 10 桁)

$$\begin{array}{l} \log_{10} A = \log_{10}(1024 \times 59049) \\ = \log_{10}(1024) + \log_{10}(59049) \\ \approx 7.781512504 \\ 10^{7.781512504} = 60466176.02 \end{array}$$