

7.9.4 元気話・外分と複素数

問．2点 $A(0, 0)$, $B(6, 0)$ において $AP : PB = 2 : 1$ を満たす点 P の軌跡を求めなさい。(大学入試問題改題)

大学入試の基本的な計算問題です。復習がてら解いてみましょう。

点 P の座標を (x, y) とすると、

$AP : PB = 2 : 1$ より $AP = 2PB$

$$\text{ここで } AP = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2}$$

$$PB = \sqrt{(x-6)^2 + (y-0)^2} \text{ より}$$

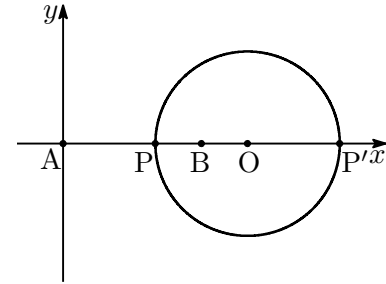
$$\sqrt{x^2 + y^2} = 2\sqrt{(x-6)^2 + y^2}$$

$$\text{よって } x^2 + y^2 = 4\{(x-6)^2 + y^2\}$$

$$3x^2 - 48x + 144 + 3y^2 = 0$$

$$x^2 - 16x + 48 + y^2 = 0$$

$$(x-8)^2 + y^2 = 16$$



これは中心 $(8, 0)$, 半径 4 の円を表しています。

この円はギリシャの数学者アポロニウス (BC262 年頃 - BC190 年頃) の名前をとって「アポロニウスの円」とよばれています。

「 6 を $2 : 1$ にわける数はいくつだろう？」って発問すれば外分と複素数まで話ができます。
(2020.4.26 追記)