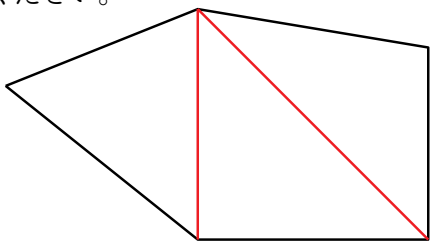
2.2.5　多角形を分割した極限は？ ～ピタゴラスの定理の証明～

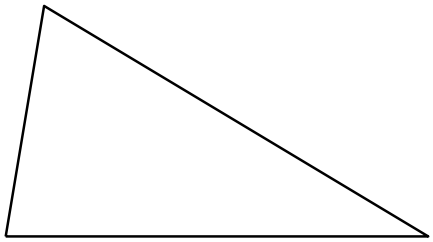
問題形式にしましたが，読み物資料としてお読みください。

問 1.　多角形を分割するとどんな図形になりますか？

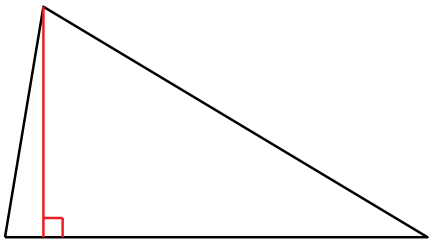


簡単ですね。対角線を使って三角形に分割できます。では次の問題です。

問 2.　三角形を分割するとどんな図形になりますか？

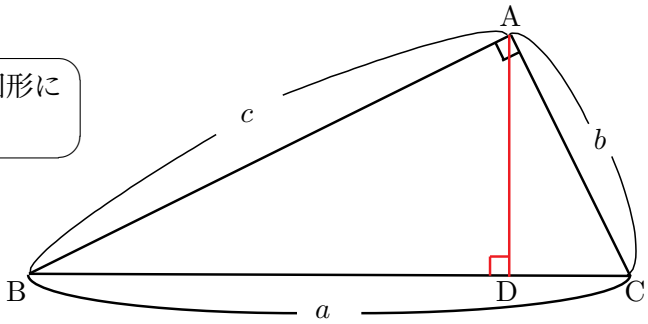


どんな線で分割しても頂点から線を引く限り三角形ですね。ブブ～です。正解は頂点から垂線を降ろした高さで分割した直角三角形でした。どうして直角三角形なのかは次の問いでわかります。



では最後の問題です。

問 3.　直角三角形を分割するとどんな図形になりますか？



直角三角形において直角の頂点から垂線を降ろすと自身と相似な 2 つの直角三角形ができます。ようするにこれ以上分割しても同じ形の直角三角形になることから，分割する必要がありません。よって多角形を分割していった極限は直角三角形でした。直角三角形は平面図形の中で特別な存在ということです。

この 3 つの直角三角形の相似比はそれぞれの斜辺の長さを a, b, c とするとき，$a : b : c$ です。このことからそれぞれの三角形の面積比は $a^2 : b^2 : c^2$，面積の関係 $\triangle\mathrm{ABC} = \triangle\mathrm{ABD} + \triangle\mathrm{ACD}$ より $ka^2 = kb^2 + kc^2$ から $a^2 = b^2 + c^2$，あっというまにピタゴラスの定理が証明できました。

これは放送大学の「非ユークリッド幾何学」での話でした。最後のピタゴラスの定理の証明は直角三角形に関するおまけみたいな一言だったのですが，感動しました。図形の授業の一言小話で使ってください。(2023 年 4 月 5 日記述)