

3.2.8 開平法

平方根を求めることができるようになると当然ルート表示の数が出現する。電卓が手元にあればどれくらいの数なのかという近似値を知ることができるが、手計算でも求めることができることを生徒に知らせて欲しい。そんなに複雑な計算ではないのでまとめておく。(どうしてそのような計算をすることができるのかは Wikipedia の「開平法」を参照)

3.2.8.1 開平法の計算

問 $\sqrt{2020}$ を小数第 1 位まで求めなさい。

1. 小数点を基準として 2 桁ずつ区切り 20 と 20 という数があると感じる。
2. 平方して 20 になる の数を考える。この場合にはあてはまる数はないが $4 \times 4 = 16$ が 20 に最も近い数である。
3. 出てきた結果から の数を考える。8 × が 420 になる数である。この場合 $84 \times 4 = 336$ が最も近い数である。次の 5 は $85 \times 5 = 425$ となり 420 を超えてしまうからである。
4. 次は小数点以下になるので、今求めた 4 の右に小数点をつけよう。そして差の計算結果の 84 に 2 つ 00 をつけて $88 \times$ が 8400 になる を考えると、あてはまる数は 9 ということがわかる。
5. さあ最後のステップである。 に 5 をあてはめると 8985×5 は 39900 を超えてしまうので、小数第 2 位は切り捨てということがわかる。結果 $\sqrt{2020} \approx 44.9$ になる。

$$\begin{array}{r}
 44.9 \\
 \hline
 \sqrt{2020} \\
 \hline
 4 \quad 4 \quad 9 \\
 \hline
 4 \quad \quad \quad 16 \\
 \hline
 84 \quad \quad \quad 420 \\
 \quad 4 \quad \quad \quad 336 \\
 \hline
 889 \quad \quad \quad 8400 \\
 \quad \quad 9 \quad \quad \quad 8001 \\
 \hline
 898 \quad \quad \quad 39900
 \end{array}$$

3.2.8.2 問題演習

1 つの問題だけだと身につけません。引き続き問題演習をやってみましょう。

問 $\sqrt{3}$ を小数第 3 位まで開平法で求めなさい。

$$\begin{array}{r}
 1.732 \\
 \hline
 \sqrt{3} \\
 \hline
 1 \quad \quad \quad 1 \\
 \hline
 27 \quad \quad \quad 200 \\
 \quad 7 \quad \quad \quad 189 \\
 \hline
 343 \quad \quad \quad 1100 \\
 \quad \quad 3 \quad \quad \quad 1029 \\
 \hline
 3462 \quad \quad \quad 7100 \\
 \quad \quad \quad 2 \quad \quad \quad 6924
 \end{array}$$

平方根の近似値で思い出すのは大学時代初めて「ニュートン法」に出会ったときでした。適当な値から始めて接線と x 軸との交点を繰り返し求めていくことで近似値を求めていく方法です。少しの計算でかなり正確な近似値を求めることができたのに感動したことを覚えています。自分の大学時代はコンピュータの始めでした。CPU が 750k Hz のコンピュータやメモリーが 4k byte なんていっても今の人にはわからないだろうな～。