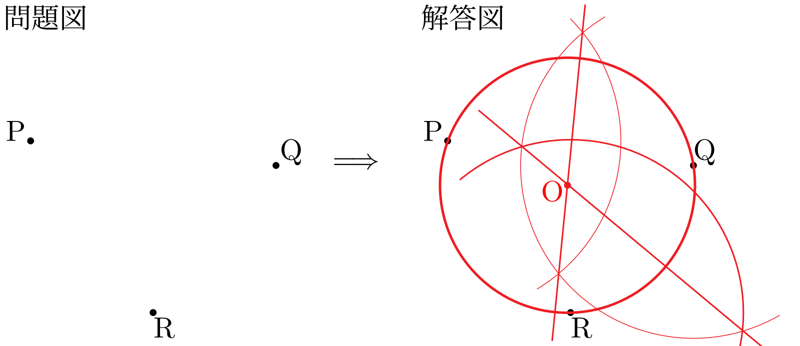
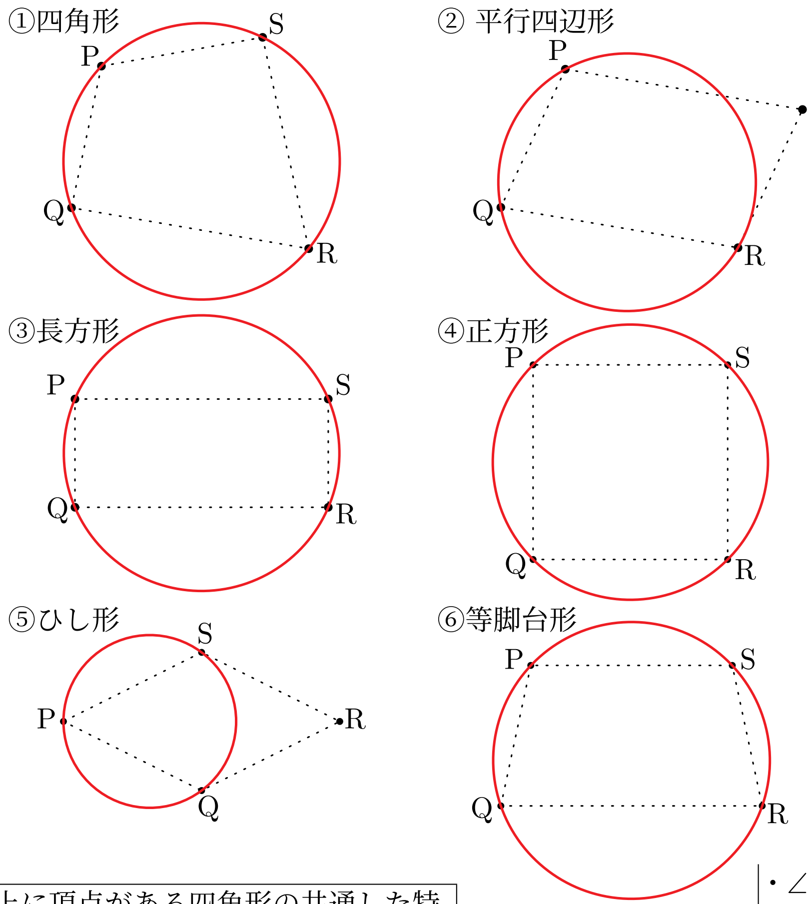
2.2.6　4 点が同一円周上にある条件

指導内容	学　習　活　動	備　考
3 点を通る円	・同一直線上にない 3 点 P，Q，R を書いてください。 ・書けましたか？ ・3 点 P，Q，R を通る円を作図しなさい。	



・3 点で 1 つの円に決まる。

指導内容	学　習　活　動	備　考
4 点が同一円周上にある条件	・4 つの頂点が円周上にある四角形はどんな四角形なのかを考えます。プリントにある 6 つの図形のうち，どの図形が同一円周上にあるのかを探っていきましょう。	・プリント配布



指導内容	学　習　活　動	備　考
	・同一円周上に頂点がある四角形の共通した特徴は何だろう？	・∠QPR，∠QSR を実測。 ・$\angle P + \angle R = 180°$

2.2.6.1　4 点が同一円周上にある条件の雑感

円に関する教材は「接弦定理」を含め昔は中学校で学習していた。以下の「4 点が同一円周上にある条件」において，現在は「円周角の定理の逆」は中学校で，「四角形が円に内接する条件」は高校の数学 A に移行している。

円周角の定理の逆

> 4 点 A, B, P, Q について，点 P, Q が直線 AB に関して同じ側にあって
> $$\angle APB = \angle AQB$$
> ならば，4 点 A, B, P, Q は 1 つの円周上にある。

四角形が円に内接する条件

> 次の (1) または (2) が成り立つ四角形は円に内接する。
> (1) 1 組の対角の和が $180°$ である。
> (2) 内角が，その対角の外角に等しい。

数研出版の教授資料の中では以下のように記述されている。

四角形 ABCD が円に内接する条件は，次のようにまとめられる。

[1] 1 組の対角の和が $180°$ である。

[2] 1 つの内角が，その対角の外角に等しい。

[3] $\angle APB = \angle AQB$ (円周角の定理の逆)

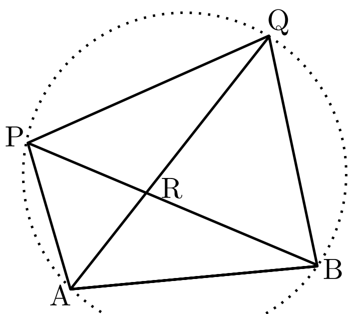
[1] の証明は，簡単にできそうで，論理的には意外と難しい。

と記述されている。そうだろうか？ 中学校で学ぶ [3] から [1] を証明してみよう。

仮定)　$\angle APB = \angle AQB$

結論)　$\angle APQ + \angle ABQ = 180°$

証明)　$\triangle PAR$ と $\triangle QBR$ において



$\angle APR = \angle BQR$ (仮定) …①

$\angle PRA = \angle QRB$ (対頂角) …②

①②より $\triangle PAR \backsim \triangle QBR$ (2 角) …③

よって $PR : QR = AR : BR$ …④

$\triangle PRQ$ と $\triangle ARB$ において

④より $PR : AR = QR : BR$ …⑤

$\angle PRQ = \angle ARB$ (対頂角) …⑥

⑤⑥より $\triangle PRQ \backsim \triangle ARB$ (2 辺の比とその間の角) …⑦

③⑦より $\angle QPR = \angle BAR$ …⑧

$\angle PQR = \angle ABR$ …⑨

$\angle PAR = \angle QBR$ …⑩

仮定および⑧⑨⑩と四角形の内角の性質より

$$\angle APQ + \angle ABQ = 180°$$

多少長いが，難しいというレベルの証明ではない。しかしやってみてわかったのだが，同値であることをいうためには，逆にあたる [1] から [3] を証明しなければいけない。円に内接する条件を使わずに [1] から [3] を証明しようとすると，教科書にあるような同一法の証明になってしまう。したがって同じような [1] と [3] ではあるが，これは併記しなければならない事柄であることがわかった。