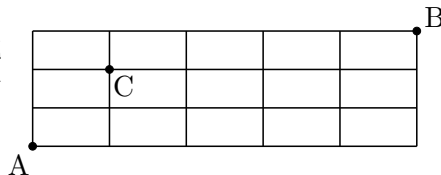


2.1.7 最短経路の道順の数と確率

場合の数と確率を学習した後、生徒が間違えやすい問題を取り上げてみました。

問. 右の図のような道のある地域について、次の問いに答えなさい。

- (1) A から B まで行く最短の道順は何通りありますか。
- (2) A から C を通って B まで行く最短の道順は何通りありますか。
- (3) A から B まで最短の道を通って行くとき、C を通る確率を求めなさい。ただし各地点でどちらに行くかは等確率とし、一方しか行けないときは確率 1 でその方向に行くものとします。

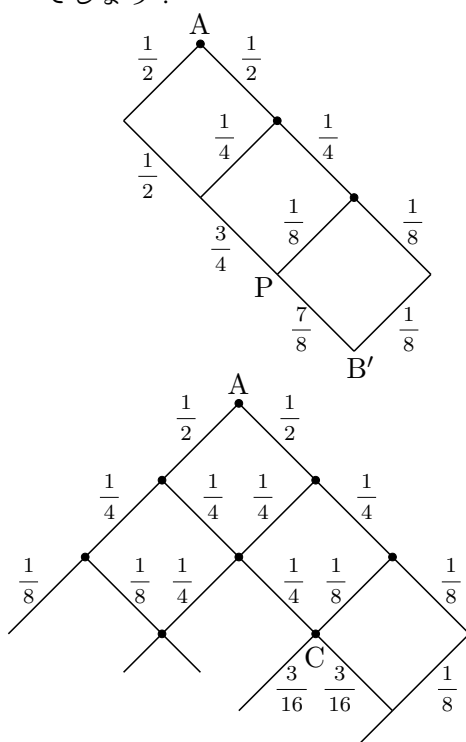


問題を解きながら生徒の間違いに触れていきましょう。

(1) の道順の総数は、横方向の移動 ($\rightarrow$) が 5 回、縦方向の移動 ($\uparrow$) が 3 回より $\frac{8!}{5! \cdot 3!} = 56$ (通り)

(2) は $\frac{3!}{1! \cdot 2!} \times \frac{5!}{4! \cdot 1!} = 15$ (通り)

(3) は当然 $p = \frac{15}{56}$, これが今回の間違いです。どうして $p = \frac{(\text{通る道数})}{(\text{道の総数})}$ としてはダメなんでしょう？



まずは簡略化した左図で、A から B' まで行くとき P を通る確率を考えていきます。A から B' までの最短の道の総数は 4 通り、P を通って B' まで行くときは 3 通りです。じゃ P を通る確率は $\frac{3}{4}$ でしょうか。図において・が道を選択する場所です。最初に A でどちらかの道を選択するのでそれぞれの道を通る確率は $\frac{1}{2}$ になります。P における確率は左側の道が $\frac{3}{4}$ 、右側の道が $\frac{1}{8}$ なのでその和 $\frac{7}{8}$ が求める確率になります。

問題に戻りましょう。今求めているのは C を通る確率です。C における確率は左側の道が $\frac{1}{4}$ 、右側の道が $\frac{1}{8}$ なのでその和 $\frac{3}{8}$ が C を通る確率になります。

確率は同様に確からしい有限の n 個の事象を元に考えています。それぞれの道においては同様に確からしくても、その道が交わり分岐すると、この同様に確からしい前提が崩れてしまうために、道の数とは全く無関係な数の確率になってしまうのです。

書いていて思ったのですが演習問題として出題するにはもったいないと思いました。(1) を全体の復習課題とし (2) と (3) を同時に出题すれば確率に関する理解が深まる授業が構築できそうです。どんな意見が飛び出るのでしょうか。正しい答えを導いた生徒でも間違いの考え方を主張する生徒の考えを打ち負かすことができるかは別問題です。