

3.5.4 感動を数値で表そう！

3.5.4.1 1杯目のビールの幸せ

堀口先生 1杯目のビールは美味しいのに2杯目のビールが美味しいとはあまり感じません。個人的には。

マリさん わかります（笑）。

堀口先生 ここで、 $y = \log_e x$ のグラフをかいてみます。ただし、関数の形はわかりやすいようにちょっと変形をしています $y = \frac{1}{\log_e 2} \cdot \log_e(x+1)$ という式です。 e はネイピア数とよばれています。2.7 くらいの数です。数学的に非常に扱いやすいため、数学ではたくさん登場します。

マリさん えっとこのグラフ（図1）はどうみればよいのですか？

堀口先生 $x = 1$ のとき、 $y = 1$ になることは確認できますね。ここから、 x が1ずつ増える毎に y の値が増えていくのは確認できるでしょうか？

マリさん はい。

堀口先生 $x = 1$ になるとき、ビールの1杯目を飲んだと考えます。そうすると、 y が0から1に増えるので、1杯目の"幸せ"を1と表現できるわけです。

マリさん なるほど！でも、なぜ $\log$ を考えたんですか？

堀口先生 「ヴェーバー・フェヒナーの法則」（編集部注：人間の感覚の大きさは受ける刺激の強さの対数に比例するという法則）ですね。人の感覚は、 $\log$ でしたよね。さて、2杯目についてとらえていきましょうか。 $x = 2$ になるとき、 $y = 1.585$ くらいとなりますから、ビール2杯の幸せの合計は1.585です。うち、2杯目の幸せは、 y の増加分ですので、0.585 くらいになりますね。先ほどより減っています。

マリさん たしかに、2杯目も美味しいですが、ただ、1杯目と比べれば6割くらいになるわけですね。

堀口先生 この表（表1：次頁参照）をグラフ（図2）にすると以下ようになります

マリさん 10杯目以降なんて、ほとんど幸せにはならないですね（笑）。

堀口先生 もちろん、人にはよるとは思いますが。人によっては「10杯目だって美味しい！」と主張される方もいらっしゃることでしょう。これを見ると、ビールは1杯目だけでよいかもしれませんね（笑）。実は、これ、「限界効用逡減の法則」とよばれています。「1増える」毎の幸せの増え具合は少しずつ減っていくので、いろんな物事に適用できるんですよ。

「1杯目のビールが美味しい理由を数学的に証明してみました。」堀口 智之 著 発行 幻冬舎 より抜粋および加筆

図1. 1杯目のビールの幸せ積算グラフ

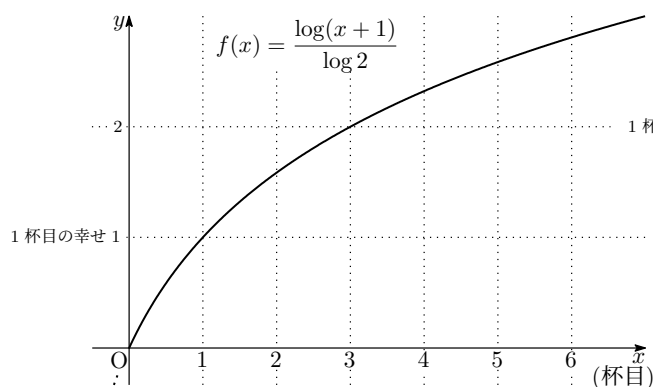
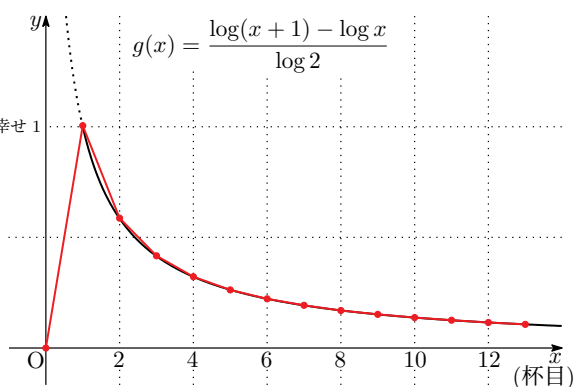


図2. 1杯目のビールの幸せ比較グラフ



3.5.4.2 高校生に感じさせたい1杯目のビールの幸せ

前頁の図1の1杯目のビールの幸せ積算グラフと図2の1杯目のビールの幸せ比較グラフでは座標軸の目盛りの基準が異なり2倍のスケールになっています。 y 軸の目盛りにある"1杯目の幸せ"の値 $x=1$ のとき $y=1$ を基準にグラフを比較してください。また図2の1杯目のビールの幸せ比較グラフにおいて原点と(1杯目,1杯目の幸せ)を結んでいいかは疑問の残るところだが、なかった幸せが生まれたということで線で結ぶことをお許し願いたい。グラフで表したが数値を使うと以下ようになる。図1の幸せ積算は $y=f(x)=\frac{\log(x+1)}{\log 2}$ の値で、図2の幸せ比較は $y=g(x)=\frac{\log(x+1)-\log x}{\log 2}$ の値である。

表1. x 杯目の幸せ積算・幸せ比較対応表

x 杯目	$f(x)$: 幸せ積算	$g(x)$: 幸せ比較
0	0	--
1	1.000	1.000
2	1.585	0.585
3	2.000	0.415
4	2.322	0.322
5	2.585	0.263
6	2.807	0.222
7	3.000	0.193
8	3.170	0.170
9	3.322	0.152
10	3.459	0.138
11	3.585	0.126
12	3.700	0.115
13	3.807	0.107

2杯目のビールの感動は1杯目の約6割、3杯目は1杯目の約4割になっている。感覚的にはそんな感じがする。しかしお酒が弱い、強い x が変わりそう。お酒が弱い人は普通の人の2杯目が3杯目または4杯目以降の値を取りそうな感じがする。式で考えると幸せ積算の値が $y=\frac{\log(ax+1)}{\log 2}$ ということです。 a の値($a \geq 0$)には個人差があるということです。私は大学時代スポーツに汗を流した後、過ごしていた東京の水はあまり身体に良くないという理由から、自動販売機で買って飲んだライトビールのうまさの感動が今でも残っている。大人には理解できるといってもお酒をたしなまない人にはわからないが、この1杯目のビールの感動をどうやってお酒を飲むことができない未成年の高校生に伝えたらいいのだろうか。対数の感覚を伝える格好の教材なのに、何かビールに変わるものはないだろうか。テストの得点、何かの順位はいい得点やいい順位ばかりではないし……。次に教える機会があれば高校生に尋ねたいと思っています。

問. 今日の数学の授業は感動を数値で表したいと思っているんだけど、この頃の生活で何か感動したことある？