

4.2.2 二項分布と正規分布のグラフ (コイン編)

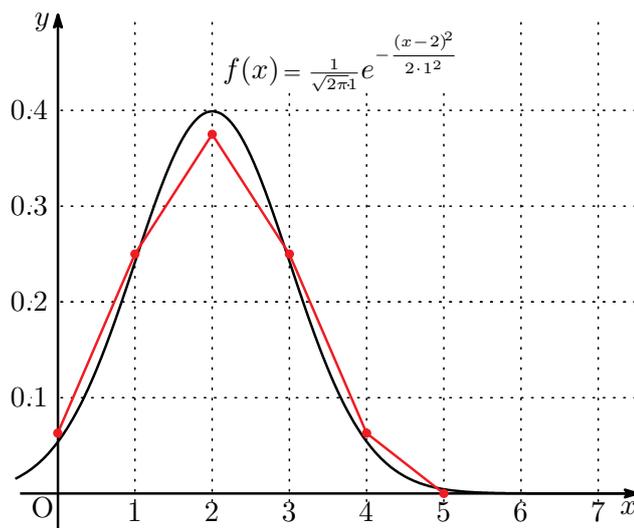
二項分布のグラフと正規分布のグラフがあまりにも天下りの感じがしたため生徒が取り組みるようにしました。

問. $B\left(4, \frac{1}{2}\right)$ の確率分布表を作ってみよう。

X	0	1	2	3	4	計
P	${}^4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^4$	${}^4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^3$	${}^4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2$	${}^4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1$	${}^4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^0$	1
	$= \frac{1}{16}$	$= \frac{4}{16}$	$= \frac{6}{16}$	$= \frac{4}{16}$	$= \frac{1}{16}$	1
	≈ 0.063	≈ 0.25	≈ 0.375	≈ 0.25	≈ 0.063	1.001

これを $E(X) = np$, $V(X) = npq$ を用いた正規分布 $N(2, 1^2)$ と比較させます。

問. $B\left(4, \frac{1}{2}\right)$ のグラフを作ってみよう。

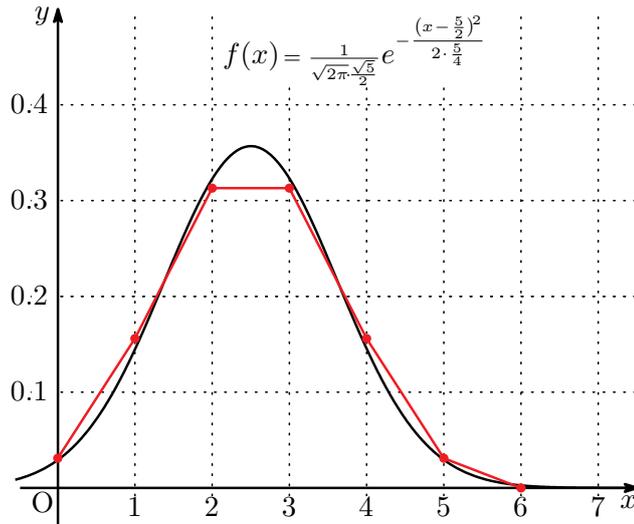


基本を学習した後, $B\left(5, \frac{1}{2}\right)$ と $B\left(6, \frac{1}{2}\right)$ のグラフに挑戦させます。

問. $B\left(5, \frac{1}{2}\right)$ の確率分布表を作ってみよう。

X	0	1	2	3	4	5	計
P	${}^5C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^5$	${}^5C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^4$	${}^5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3$	${}^5C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2$	${}^5C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^1$	${}^5C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^0$	1
	$= \frac{1}{32}$	$= \frac{5}{32}$	$= \frac{10}{32}$	$= \frac{10}{32}$	$= \frac{5}{32}$	$= \frac{1}{32}$	1
	≈ 0.031	≈ 0.156	≈ 0.313	≈ 0.313	≈ 0.156	≈ 0.031	1

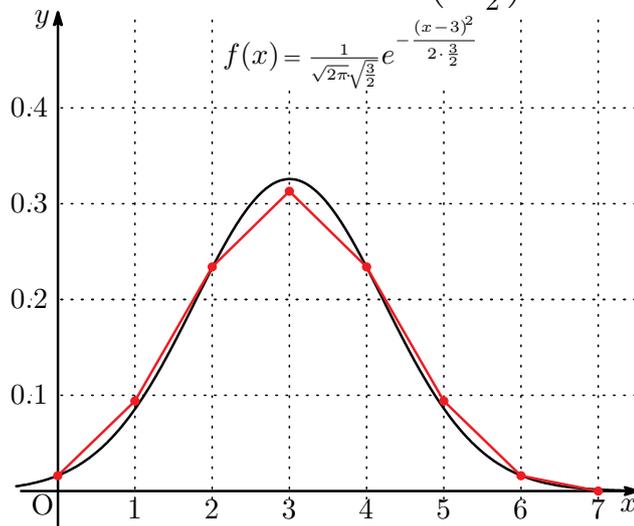
これを $E(X) = np$, $V(X) = npq$ を用いた正規分布 $N\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{4}\right)$ と比較させます。



問. $B\left(6, \frac{1}{2}\right)$ の確率分布表を作ってみよう。

X	0	1	2	3	4	5	6	計
P	${}^6C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^6$	${}^6C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^5$	${}^6C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^4$	${}^6C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3$	${}^6C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^2$	${}^6C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^1$	${}^6C_6 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \left(\frac{1}{2}\right)^0$	1
	$= \frac{1}{64}$	$= \frac{6}{64}$	$= \frac{15}{64}$	$= \frac{20}{64}$	$= \frac{15}{64}$	$= \frac{6}{64}$	$= \frac{1}{64}$	1
	≈ 0.016	≈ 0.094	≈ 0.234	≈ 0.313	≈ 0.234	≈ 0.094	≈ 0.016	1.001

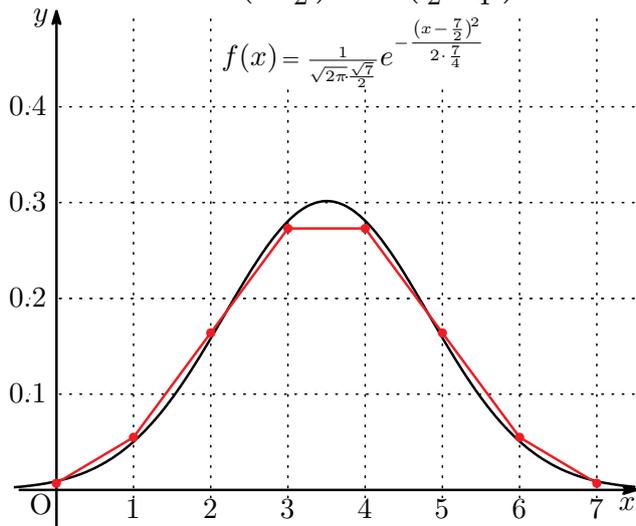
これを $E(X) = np, V(X) = npq$ を用いた正規分布 $N\left(3, \frac{3}{2}\right)$ と比較させます。



二項分布において n を十分に大きくしなければ正規分布における近似は成り立ちません。教師用資料に大きな n の2つのグラフを重ねたグラフがありました。ここでは生徒が自力で求めた二項分布の確立分布表をグラフにさせます。グラフ用紙には対応する正規分布のグラフが書かれており近似できるんだということを感じさせます。以下は生徒の実態に合わせて紹介という形で考察させればよいと思います。スタートを変更したい方もいると思うので解答を書いている正規分布だけのグラフをあわせて加えておきます。

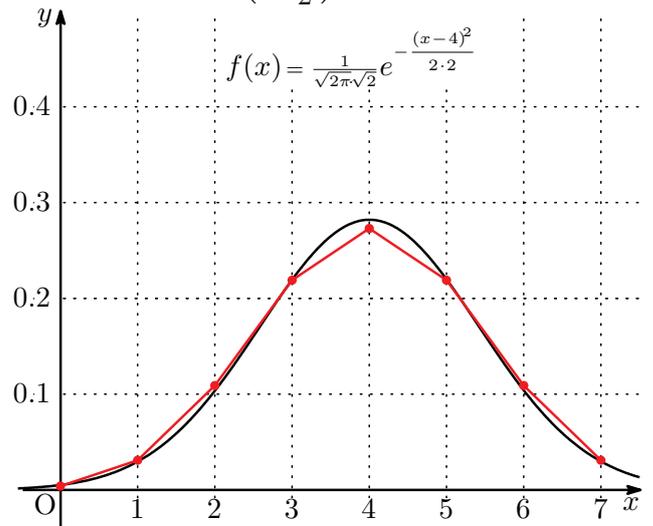
$$B\left(7, \frac{1}{2}\right) \text{ と } N\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{4}\right)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \frac{7}{2}}} e^{-\frac{(x-\frac{7}{2})^2}{2 \cdot \frac{7}{4}}}$$



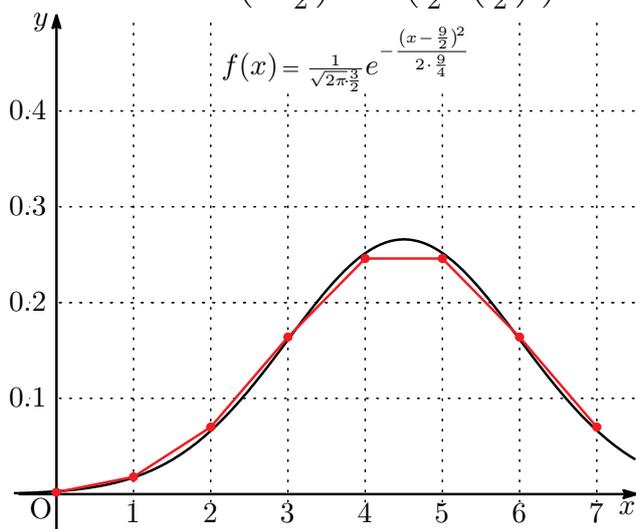
$$B\left(8, \frac{1}{2}\right) \text{ と } N(4, 2)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 2}} e^{-\frac{(x-4)^2}{2 \cdot 2}}$$



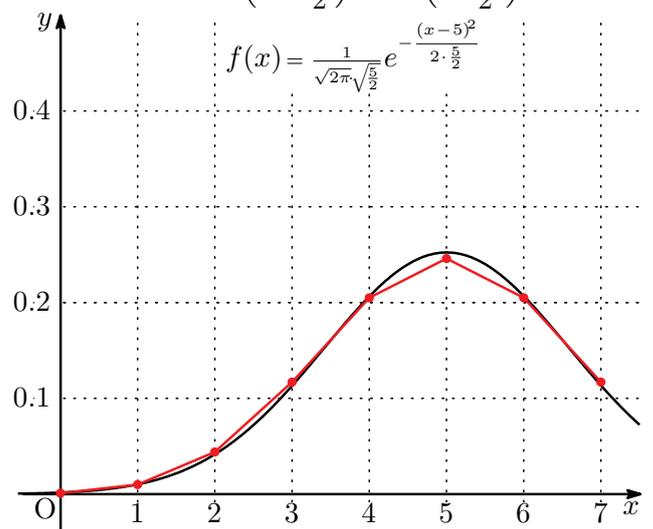
$$B\left(9, \frac{1}{2}\right) \text{ と } N\left(\frac{9}{2}, \left(\frac{3}{2}\right)^2\right)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \frac{9}{2}}} e^{-\frac{(x-\frac{9}{2})^2}{2 \cdot \frac{9}{4}}}$$



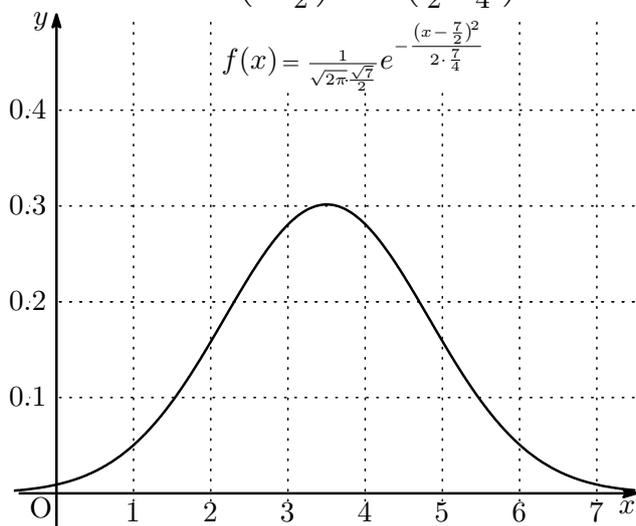
$$B\left(10, \frac{1}{2}\right) \text{ と } N\left(5, \frac{5}{2}\right)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \frac{5}{2}}} e^{-\frac{(x-5)^2}{2 \cdot \frac{5}{2}}}$$



$$B\left(7, \frac{1}{2}\right) \text{ と } N\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{4}\right)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \frac{7}{2}}} e^{-\frac{(x-\frac{7}{2})^2}{2 \cdot \frac{7}{4}}}$$



$$B\left(8, \frac{1}{2}\right) \text{ と } N(4, 2)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 2}} e^{-\frac{(x-4)^2}{2 \cdot 2}}$$

