

7.11 たかが素因数分解，されど素因数分解

7.11.9 現状の素因数分解

7.11.9.1 2026 年前期編 (3 月末)

日を単位として素因数分解を考えたときその進歩を探すのは大変だが，前回 2025 年 9 月から半年経ったのでどれくらい進歩があったのか factor.db で調べてみた。最初はカニンガムプロジェクト ($b^n \pm 1, b = 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12$) の数から紹介しよう。

- ① $3^{703} - 1 = 2 \times P_4 \times P_6 \times P_6 \times P_7 \times P_8 \times P_9 \times P_{11} \times P_{20} \times C_{269} \rightarrow C_{269} = P_{83} \times P_{187}$
- ② $3^{701} + 1 = 2^2 \times P_{15} \times P_{18} \times C_{302} \rightarrow C_{302} = P_{146} \times P_{157}$
- ③ $5^{478} + 1 = 2 \times 13 \times P_9 \times P_{14} \times C_{311} \rightarrow C_{311} = P_{118} \times P_{193}$
- ④ $5^{479} + 1 = 2 \times 3 \times P_7 \times P_9 \times P_{12} \times P_{33} \times P_{52} \times C_{224} \rightarrow C_{224} = P_{83} \times P_{142}$
- ⑤ $6^{431} - 1 = 5 \times 863 \times P_{12} \times C_{321} \rightarrow C_{321} = P_{79} \times P_{242}$
- ⑥ $6^{431} + 1 = 7 \times P_4 \times C_{331} \rightarrow C_{331} = P_{102} \times P_{230}$
- ⑦ $10^{332} + 1 = 73 \times 137 \times P_4 \times P_{31} \times C_{295} \rightarrow C_{295} = P_{91} \times P_{205}$

$5^n + 1$ の③と④はどちらが先に発見したのかはわからないが，どの数も世界記録を更新した数です。完全素因数分解は以上の 7 つが更新されていた。まだ途中段階だが進歩した数が 1 つあった。

⑧ $6^{439} - 1 = 5 \times C_{341} \rightarrow C_{341} = P_{49} \times C_{293}$

半年間での人類の進歩が以上の結果です。遅いか速いかは各自の判断で感じていただきたい。でもできなかったことができるようになる進歩の状態がこのような形でわかることは一つの指標になると感じました。私がカニンガムプロジェクトとは別に公開してある数の素因数分解の状態も調べてみました。

⑨ $13^{239} + 1 = 2 \times 7 \times 479 \times P_8 \times C_{255} \rightarrow C_{255} = P_{46} \times C_{209}$

⑩ $17^{247} - 1 = 2^4 \times 229 \times P_4 \times P_6 \times P_6 \times P_9 \times P_9 \times P_{10} \times C_{261} \rightarrow C_{261} = P_{10} \times P_{15} \times P_{19} \times P_{22} \times C_{199}$

素因数分解に挑戦したいと思っている人は以上のことを参考に挑戦してみるのはどうだろうか。ギネス記録になるかどうかは知らないが世界新記録を目指して挑戦する人が 1 人でも増えれば嬉しい限りである。今回の最後に整数列大辞典において半年前との違いを載せておきます。

式	整数列大辞典	前回範囲	現在範囲	次の合成数	式	整数列大辞典	前回範囲	現在範囲	次の合成数
$2^n - 1$	A005420	1206		C_{337}	$2^n + 1$	A002587	1128		C_{330}
$3^n - 1$	A074477	690	702	C_{269}	$3^n + 1$	A074476	691	708	C_{327}
$5^n - 1$	A074479	502		C_{260}	$5^n + 1$	A074478	471	487	C_{301}
$6^n - 1$	A274907	430	436	C_{273}	$6^n + 1$	A274904	430	435	C_{258}
$7^n - 1$	A074249	388	420	C_{305}	$7^n + 1$	A227575	387	396	C_{300}
$10^n - 1$	A005422	352		C_{328}	$10^n + 1$	A003021	331	345	C_{300}
$11^n - 1$	A274910	316	330	C_{344}	$11^n + 1$	A062308	325		C_{334}
$12^n - 1$	A366718	310		C_{335}	$12^n + 1$	A366720	306	325	C_{347}

空欄は範囲に変化がないことを表しています。前は 2025 年 9 月です。 $3^n - 1$ は整数列大辞典の更新が遅れていて 730 まで素因数分解はできています。731 のときの C_{265} がまだ素因数分解できていません。